месяц 500 3 16 16
5 д. часа д лет

350 — 3 — 496 — 2 — 14
23 — 4 — 498 — 1 — 15
21 — 3 — 498 — 0 — 15
350 — 3 — 496 — 2 — 14

16 / 14 / 30 / 29 / 15

500 / 498 / 496 / 498 / 494

[illegible] 2 / 7 / 4 / 3 — 548 / 54 / 3

...вился родился 1672 года маия 30 дня а помер... ...ся 1725 года генваря 28 дня (пя?) времени его ...

1725 — 0 — 28
1672 — 4 — 30

ОИК [illegible]

3 и 5 — 10 = 12 37 а что ...
10 — 15

5 — 10 = 12 37 = 10 — 15

40 / 400 / 15 / 415

100 / 1200 / 37 / 1237 / 415 / 6185 / 1237 / 4947

210 | 513355 / 2144
420

933 / 40 / 935 / 840 / 9.5

1824го Года 27дня Генваря

Сия Книга Ано

Сия Книга Василья

Плетнева

Плетнева

Плетнева

Книга Ир

Изъ книгъ Болотова

петра Андреева

Сия книга при[надлежит]
[illegible] Евдокиму [illegible]
му [illegible]

Сія книга Москов-
скаго Императорскаго
университета ученика
Василья Плетнева

Сия книга принадлежит
[illegible] Евдокиму [illegible]
му [illegible]

[illegible]

ОИК
Аст. 74

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И
ПРАКТИЧЕСКАЯ
АРИѲМЕТИКА,

ВЪ
ПОЛЬЗУ
И
УПОТРЕБЛЕНІЕ
ЮНОЩЕСТВА,

собранная
изъ
РАЗНЫХЪ АВТОРОВЪ
МАГИСТРОМЪ ДМИТРІЕМЪ АНИЧКОВЫМЪ

Печатана при ИмператорскомЪ МосковскомЪ
УниверситетѢ 1764. года.

1 Енъсъ 2 цвеи 3 деи 4 фиіръ 5 фемъ 6 заивы

7 Зыбенъ 8 ахъ 9 неинъ 10 цеинъ 11 Елвве 12 цвеве

13 деицынъ 14 фирвцынъ 15 фоевцинъ 16 заивцы

17 Зыпцынъ 18 ахвцынъ 19 неицынъ 20 цванвцынхъ

Сїя книга по покупке на торгу

с нашла принадлежать

Петру Архипову

Сія книга петра Андрѣевича

Гостюшина Акимова

ГОСУДАРСТВ. ПУБЛИЧНАЯ ИСТОРИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА

871162

ПРЕДУВѢДОМЛЕНІЕ
О
МАТЕМАТИЧЕСКОМЪ СПОСОБѢ УЧЕНІЯ.

§. 1.

Математической способъ ученія есть порядокъ, которой Математики употребляютъ въ своемъ ученіи.

§. 2.

Сила сего порядка состоитъ въ томъ, чтобъ отъ самыхъ легчайшихъ о вещахъ понятій начинать ученіе, и оттуда выводить надлежащія истинны; а изъ сравненія сихъ истиннъ между собою, находить новыя предложенія.

§. 3.

Такимъ образомъ Математики, чтобы соотвѣтствовать сему порядку, начинаютъ свое ученіе съ опредѣленій (Definitiones), которыя обыкновенно занимаютъ первое мѣсто во всякой наукѣ. Послѣ того даютъ знать, что есть *оснопаніе* (Axioma), требованіе (Postulatum), *Теорема* (Theorema), задача (Problema); а къ нѣкоторымъ изъ сихъ предложеній, въ случаѣ надобности, присовокупляютъ *прибавленія* (Corollaria, vel Consectaria), и *примѣчанія* (Scholia); для увѣренія жъ и ясности предложеній, сообщаютъ *доказательства*. (Demonstrationes).

§. 4.

И такъ *опредѣленїе* (Definitio) есть ясное понятїе, чрезъ которое вещь отличается отъ другихъ, и изъ котораго выводится все прочее, что можно разумѣть объ оной вещи.

§. 5.

Въ Математическихъ наукахъ больше всего стараться должно о подробныхъ и совершенныхъ понятїяхъ, касающихся до опредѣленїя вещей; а особливо когда надобно будетъ совершенно доказывать теоремы.

§. 6.

Чего ради въ послѣдующихъ опредѣленїяхъ не должно находиться такимъ словамъ, которыя бы не были или въ предъидущихъ опредѣленїяхъ изъяснены, или бы не могли приняты быть за извѣстныя.

§. 7.

Опредѣленїя вещей могутъ, или сами собою одни разсуждаемы быть, или сравняемы съ другими. И такъ, естьли будетъ разсуждаемо то, что находится въ опредѣленїи, и изъ того будетъ заключено непосредственно что ни будь; то сїе называется *основанїемъ* (Axioma). Или основанїе есть такая истинна, которая непосредственно выводится изъ опредѣленїя, и не подлежитъ особливому доказательству, для своей ясности. На пр. сїя истинна можетъ назваться основанїемъ, когда я скажу, что *цѣлое есть равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ.*

§. 8.

Понеже основанія непосредственно выводятся изъ опредѣленій; того ради оныя не требуютъ доказательства. Ибо не можно прежде удостовѣриться о томъ, справедливо ли, или нѣтъ такое основаніе, пока не будетъ изслѣдована возможность опредѣленій. Впрочемъ должно понимать то, что основанія будутъ справедливы, когда опредѣленія суть истинныя.

§. 9. postulata

Требованія (Postulata) суть такія предложенія, которыя показываютъ возможность вещи, и утверждаютъ объ оной, что она такимъ образомъ здѣлана быть можетъ.

Древніе Математики въ силу сихъ предложеній требовали отъ своихъ слущателей того, чтобы они въ мысли своей изображенные виды, сравнивая съ нѣкоторымъ вещественнымъ подобіемъ, представляли своимъ глазамъ, и дѣлали сіе особливо для того, чтобы они несовершенства знаковъ, или фигуръ, которыя усмотрятъ въ оныхъ, не приписывали однимъ воображеніямъ, и тѣмъ бы самымъ не помрачали доказательствъ.

§. 10.

Съ основаніями нѣсколько сходствуютъ *опыты* (Experimenta); а опытомъ называется все то, что мы познаемъ своими чувствами. На пр. когда я вижу, что, ежели свѣча будетъ засвѣчена: то всѣ окружающія меня вещи становятся видимы, почему сіе познаніе называется опытомъ.

§. 11.

Когда нѣсколько опредѣленїй и основанїй будутъ сравнены между собою, и изъ того заключено будетъ нѣчто такое, чего узнать не можно было изъ разсматриванїя порознь оныхъ опредѣленїй и основанїй: то сїе называется *теоремою* (Teorema, vel Lat. perceptum). Изъ чего видно, что теорема есть такое предложенїе, котораго истинны безъ доказательства разумѣть не можно.

§. 12.

Чего ради при всякой теоремѣ надлежитъ смотрѣть во первыхъ на самое предложенїе, а во вторыхъ на доказательство. Ибо предложенїе объявляетъ, что какой вещи при извѣстныхъ обстоятельствахъ можетъ присвоено быть, или нѣтъ; а доказательство показываетъ, какъ разумъ нашъ приводится къ тому, чтобы мы могли думать то объ оной вещи.

§. 13.

Но понеже знанїе Математическихъ истиннъ есть весьма полезное; того ради должно относить оныя къ самой практикѣ. Почему такое предложенїе, которое учитъ насъ сношенїю истиннъ съ самымъ дѣломъ, то есть, что здѣлать должно, называется *задачею* (Problema).

§. 14.

Задачи обыкновенно состоятъ изъ трехъ частей: то есть, изъ *предложенїя*, *рѣшенїя* и *доказательства*. Въ предложенїи предписывается: *что здѣлать должно*, въ рѣшенїи

нїи показывается, *что дѣлать*, и какимЪ порядкомЪ поступать надлежитЪ, чтобы наконецЪ вышло, что требуется, а доказательство показываетЪ причины, для чего иайдется *искомое*, ежели то, что вЪ рѣшенїи предписано, учинено будетЪ. ИзЪ чего видно, что всякая задача можетЪ перемѣниться вЪ теорему. По окончанїи рѣшенїя задачи, употребляются вообще сїи слова: *что здѣлать надлежало*, или сокращенно, ч. з. н.

§. 15.

Иногда случается, что, ради особливыхЪ причинЪ, изЪ одного предложенїя непосредственнымЪ послѣдованїемЪ выводится другое, которое потому и называется *прибавленїемЪ* (Corollarium, vel consectarium); то есть, такая истинна, которая не требуетЪ особливаго доказательства, но изЪ вышедоказанныхЪ должно извѣстно быть обЪ ней, что она справедлива.

§. 16.

НаконецЪ *примѣчанїя* (Scholia) кЪ опредѣленїямЪ, теоремамЪ и кЪ задачамЪ присовокупляемыя, суть такїя предложенїя, вЪ которыхЪ обыкновенно изЪясняется, что еще быть могло бы темно и не понятно; не рѣдко показывается и польза предлагаемыхЪ наукЪ, а иногда обЪявляется исторїя изобрѣтенїя, и сверьхЪ того все то, что знать полезно.

§. 17.

Что жЪ касается до доказательствЪ при окончанїи теоремЪ и задачЪ употребляемыхЪ:

то оныя особливо для того сообщаются, чтобъ чрезъ сравненіе нѣсколькихъ между собою истиннъ, или ужѐ изъясненныхъ, или для понятія нужныхъ, увѣрить, что сія, или другая теорема есть справедлива, а задача надлежащимъ образомъ рѣшена. По окончаніи доказательства, обыкновенно придаются сіи слова: *что надлежало доказать*, или сокращенно, ч. н. д. И сіе особливо Математики употребляютъ для того, чтобъ предложенія теоретическія и практическія нѣкоторымъ образомъ между собою различены были.

§. 18.

За не нужное почитается присовокуплять ко всякой задачѣ, для ясности, доказательство; довольно и того, естьли въ самомъ рѣшеніи задачи о доказательствѣ ея кратко упомянуто будетъ, или одни только тѣ параграфы, въ которыхъ сей, или другой задачи основаніе содержится, означены будутъ.

§. 19.

Не рѣдко въ Математикѣ употребляется и сіе слово *положеніе* (Hypothesis) то есть, когда какая вещь можетъ здѣлана быть многими разными способами, и изъ тѣхъ способовъ одинъ принятъ будетъ по изволенію; то сіе называется *положеніемъ*.

§. 20.

Наконецъ *леммою* (Lemma) называется всякое принятое изъ другихъ наукъ предложеніе.

§. 21.

§. 21.

А чтобы и о томъ имѣть понятїе, въ чемъ Математическое ученїе состоитъ, то есть, чему учитъ Математика: то знать надлежитъ, что всякое познанїе количества, или величины подлежитъ Математическому ученїю, и Математика есть такая наука, которая показываетъ, какъ изъ знаемыхъ количествъ находить другїя, намъ еще неизвѣстныя.

§. 22.

Количество (Quantitas), или *величина* (Magnitudo) приписывается вещи, поколику она больше и меньше быть можетъ, или по крайней мѣрѣ, поколику оную вещь бóльшею и мéньщею въ умѣ представить можно.

§. 23.

Опредѣленїе количества (§. 22.) показываетъ, что объ ономъ не можно имѣть понятїя, естьли не представишь въ умѣ другаго количества больше, или меньше его. Изъ чего слѣдуетъ, что никакая вещь сама собою безъ сравненїя съ другою вещїю, ни великою, ни малою названа быть не можетъ; а велика и мала быть можетъ таже самая вещь, когда съ мéньшею, или съ бóльшею другою вещїю принята будетъ въ сравненїе.

§. 24.

Количество раздѣляется на *пребывающее* и *послѣдовательное*.

Количество пребывающее (Quantitas permanens) называется, котораго всѣ части

 вмѣстѣ,

вмѣстѣ, и въ одно время бытіе свое имѣютъ. На пр. *части протяженія*, или *какого тѣла.*

Количество послѣдовательное (Quantitas ſucceſſiua) есть, котораго части не вмѣстѣ, и не въ одно время бытіе свое имѣютъ. На пр. части *времени*, *движенія* и проч.

§. 25.

Количество пребывающее еще раздѣляютъ Математики на *непрерывное* и *раздѣльное*, поколику части онаго, или соединены между собою, или не соединены. Почему *количество непрерывное* (Quantitas continua) приписывается тѣламъ; ибо оныя какъ рассматриваемы ни будутъ, то есть, снизу ль, сверьху ли, вдоль, или поперегъ, однако части ихъ во всѣхъ случаяхъ найдутся между собою соединены. Напротивъ того тѣмъ вещамъ, коихъ части не соединены, приписывается *количество раздѣльное* (Quantitas diſcreta), которое потому и называется *числомъ* (Numerus).

§. 26.

О количествѣ вообще всего легче можно представлять себѣ то, что оно состоитъ изъ частей, которыя всѣ между собою равны, не думая впрочемъ ничего ни о самомъ количествѣ, ни о его частяхъ. Такимъ образомъ оное количество будетъ число, и потому наука о числахъ, то есть, *Ариѳметика* (Arithmetica) есть самая простѣйшая изъ всѣхъ Математическихъ наукъ. Въ протяженіи жъ тѣлъ не довольно знать число

сло частей, составляющихъ оное, но надлежитъ сверьхъ того вѣдать, какимъ образомъ оныя части между собою соединены, и какъ протяженїе одного тѣла къ протяженїю другаго содержится, что все показываетъ *Геометрїя*, или *Землемѣрїе* (Geometria).

§. 27.

И такъ изъ показанныхъ количества родовъ (§. 24. 25.) произошли слѣдующїя Математическїя части: *Ариѳметика*, *Геометрїя* и *Тригонометрїя* (Trigonometria), изъ которыхъ послѣдняя, хотя по большей части и предлагается какъ особливая Математическая наука; однако собственно есть Геометрїи часть; и напослѣдокъ *Алгебра* (Algebra, vel Arithmetica ſpecioſa), которая съ Ариѳметикою и Геометрїею имѣетъ нѣчто общее, то есть, утверждается на тѣхже основанїяхъ, на какихъ Арифметика и Геометрїя, а различествуетъ отъ оныхъ только тѣмъ, что количества въ ней изображаются алфавитными литерами.

Всѣ сїи части Математики вмѣстѣ взятыя составляютъ, такъ называемую *Математику чистую* (Matheſin puram), потому что въ сихъ частяхъ Математики разсуждается о количествѣ, такъ сказать, *чистомъ*, то есть, не имѣя никакого разсужденїя о самыхъ вещахъ, къ которымъ оно относится. Напротивъ того собранїе тѣхъ частей Математики, которыя учатъ, какъ употребляя въ помощь чистую Математику, измѣрять количество въ разныхъ родахъ состоящее, и къ извѣстнымъ, или въ натурѣ нахо-

находящимся вещамъ относящееся, называется *Математика смѣшенная* (Mathesis impura vel mixta), которая почти тоже самое есть, что и Физика, имѣющая свое основанїе на опытахъ (Physica experimentalis).

§. 28.

Такимъ образомъ *чистая Математика* употребляется къ измѣренїю *движенїя* (motus), *свѣта* (lucis), *звона* (sonus), *тѣлъ небесныхъ* (Astrorum), *земли* (terrae), *воздуха* (aëris), *времени* (temporis) и проч. отъ чего произошли слѣдующїя части Математики, такъ называемой *смѣшенной*:

1.) *Въ разсужденїи движенїя*: *Механика* (Mechanica), то есть, наука о движенїи вообще; которая также называется и *Форономїею* (Phoronomia), когда показываетъ только то, что до движенїя твердыхъ тѣлъ касается. *Статика* (Statica) есть наука о равновѣсїи твердыхъ тѣлъ; *Гидростатика* жъ (Hydrostatica) есть наука о равновѣсїи жидкихъ тѣлъ, а *Гидравлика* (Hydraulica) хотя и сходствуетъ съ *Гидростатикою*; однако сверьхъ равновѣсїя жидкихъ тѣлъ показываетъ и возвышенїе оныхъ.

2.) *Въ разсужденїи свѣта*: *Оптика* (Optica) собственно такъ называемая, есть наука о свѣтѣ, и зрѣнїи чрезъ лучи, которые прямо простираются. Напротивъ же того, когда лучи приходятъ на твердыя и гладкїя тѣла, и будучи въ не состоянїи сквозь оныя пройти, по причинѣ ихъ твердости, отвра-

отвращаются, о томъ учитъ *Катоптрика* (Catoptrica). Чтожъ принадлежитъ до того, какимъ образомъ лучи, проходящїе сквозь прозрачныя тѣла на пр. стекло, воду, воздухъ, въ оныхъ преломившись, наклоняются, о томъ разсуждаетъ *Дїоптрика* (Dioptrica). Къ симъ частямъ присовокупляется и *Перспектива* (Perſpectiua), то есть, наука принадлежащая до живописнаго художества.

3.) *Въ разсуженїи звона: Акустика* (Acuſtica), и *Музыка* (Muſica).

4.) *Въ разсужденїи тѣлъ небесныхъ: Астрономїя* (Aſtronomia).

5.) *Въ разсужденїи времени: Хронологїя* (Chronologia); при томъ и *Гномоника* (Gnomonica), которая разсуждаетъ о солнечныхъ часахъ, и учитъ тому, какъ оныя дѣлать.

6.) *Въ разсужденїи воздуха:* наука такъ называемая *Аерометрїя* (Aërometria).

7.) *Въ разсужденїи земли: Географїя* (Geographia), а въ *разсужденїи воды Гидрографїя* (Hydrographia).

8.) Напослѣдокъ *Архитектура гражданская* (Architectura ciuilis), и *Архитектура военная*, или *Фортификацїя* (Architectura militaris); и при томъ *Артиллерїя* (Artilleria), то есть, наука о пушкахъ, и *Пиротехнїя* (Pirotechnia), наука о порохѣ.

§. 29.

Впрочемъ, что касается до предписаннаго Математическаго способа, всякъ можетъ видѣть,

дѣть, естьли только разсмотрить съ прилѣжанїемъ, что оной есть всеобщей, и по той причинѣ во всѣхъ наукахъ долженъ употребителенъ быть, когда справедливое знанїе вещей потребно. И понеже сей способъ ученїя особливо наблюдается только въ Математикѣ; то безъ сомнѣнїя объ оной можно заключить, что она острить человѣческой разумъ, и дѣлаетъ оной способнѣйшимъ къ разсматриванїю и исполненїю правилъ истинной Логики.

§. 30.

И такъ знатной сей пользы, происходящей отъ Математики, участниками быть не могутъ тѣ, которые о Математическихъ истиннахъ имѣютъ общее только понятїе, и не многїя, но токмо нѣкоторыя задачи рѣшить умѣютъ. Въ противномъ же случаѣ, кто будетъ стараться о томъ, чтобы имѣть подробное понятїе о Математическихъ истиннахъ, и будетъ часто упражняться въ рѣшенїи разныхъ задачъ, тотъ безъ сомнѣнїя будетъ участникомъ знатной сей пользы; то есть, спознáетъ непремѣнно всѣ прáвила истинной Логики, и будетъ потóмъ совершеннымъ Философомъ.

АРИѲМЕ-

АРИѲМЕТИКА.

Часть Первая

о

Теоретической Ариѳметикѣ.

ГЛАВА

Изъ Библіотеки Елецкаго Купца Петра Андрѣевича Господина ермолова

Науки юношей питаютъ
Отраду старымъ подаютъ
Въ щастливой жизни украшаютъ
Въ нещастный случай берегутъ
Науки въ трудностяхъ утѣха
И въ дальныя странах не помѣхи
Науки пользуютъ вездѣ

ГЛАВА ПЕРВАЯ

О
НАЧАЛАХЪ АРИѲМЕТИКИ

ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. 1.

Ариѳметика есть наука о числахъ; или, Ариѳметика есть наука о томъ, какъ изъ данныхъ чиселъ находить другія, которыхъ какое ни будь свойство, въ разсужденіи данныхъ чиселъ, объявляется.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 2. Ариѳметика, какъ и всѣ другія науки, раздѣляется на *Теоретическую* и *Практическую*. Въ Теоретической предлагаются одни только свойства чиселъ, и все то, что изъ свойствъ ихъ слѣдуетъ. А практическая показываетъ способы, какъ должно употреблять найденныя свойства чиселъ, при рѣшеніи разныхъ задачъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 3. Понеже наука значитъ навыкъ, или способность все утверждаемое о какой ни будь вещи доказывать твердо изъ основаній сомнѣнію неподлежащихъ; того ради надлежитъ, при толкованіи Ариѳметики, не только показывать правила, по которымъ бы желаемыя числа находить возможно было, но притомъ дол-

жно

жно имѣть подробное понятїе о томъ, чего ради по онымъ правиламъ найдены быть могутъ требуемыя числа.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 4. *Число* (Numerus) есть множество частей одинакаго роду вмѣстѣ взятыхъ; и всякая изъ оныхъ частей называется *единица* (Vnitas). Почему Евклидъ называетъ число *множествомъ единицъ*. Напр. *ежели къ одному шару приложенъ будетъ другой: то будутъ два шара; а когда къ симъ приложишь еще одинъ: то будутъ три*, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 5. Почему всякое число должно относиться къ извѣстной единицѣ; и понеже число есть множество единицъ (§. 4.): то оно увеличиться и уменьшиться можетъ. Увеличится тогда, когда къ нему нѣсколько единицъ тогожъ роду придано будетъ. Уменшится жъ напротивъ того, когда одна, или нѣсколько единицъ того же роду отъ него отъимется, а болѣе никакой другой перемѣны въ числахъ учинить не можно.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 6. И такъ, понеже всякое число требуетъ извѣстной единицы (§. 5): то не можно никакихъ чиселъ между собою сравнивать, или складывать, естьли оныя не изъ одинакихъ единицъ состоять будутъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 7. Но понеже *сущность* (Essentia) числа въ томъ только состоитъ, что одинакїя единицы нѣсколько разъ вмѣстѣ принимаются, (§. 4.); того ради, при разсужденїи о числѣ вообще, не надлежитъ смотрѣть единицъ, представляемыхъ въ умѣ, при считанїи извѣстныхъ вещей; ибо тогда представляются оныя только какъ вещи одного роду.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 8. Изъ сихъ свойствъ чиселъ слѣдуетъ, что величина единицы не увеличиваетъ числа. Для лучшаго понятїя, пусть у меня будетъ восемь маленькихъ шариковъ, а у другаго восемь большихъ; всякъ можетъ разсудить, что отъ того, по колику мои единицы, то есть маленькїе

менькїе шарики меньше, нежели другаго единицы, то есть, большїе шары, мое число единицЪ не уменьшится, а его не увеличится.

ПРИБАВЛЕНIЕ 5.

§. 9. Но величина, или количество числомЪ изображенное зависитЪ отЪ числа и отЪ величины единицы, кЪ которой оное относится. ИтакЪ какое ни будь количество не только увеличивается тогда, когда число единицЪ умножается, но и тогда, когда единица нѣсколько разЪ сама сЪ собою складывается. Почему два способа увеличиванїя чиселЪ произошли, то есть, умноженїе и сложенїе. ПодобнымЪ образомЪ количество и уменьшается. Почему и уменьшенїя чиселЪ суть также два способа, то есть, вычитанїе и дѣленїе, о чемЪ обстоятельнѣе ниже сего показано будетЪ.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ III.

§. 10. Когда принятая кЪ счисленїю единица нѣсколько разЪ повторенная равна будетЪ точно предложенной величинѣ: то сїе число единицЪ, называется *цѣлое число* (Numerus integer).

ОПРЕДѢЛЕНIЕ IV.

§. 11. *Число опредѣленное* (Numerus determinatus) называется, которое относится кЪ извѣстной единицѣ; а *неопредѣленное число*, (Numerus indeterminatus) есть то, которое относится кЪ неизвѣстной единицѣ, и называется вообще *количествомЪ* (quantitas).

ОПРЕДѢЛЕНIЕ V.

§. 12. *Равныя* (Aequalia) называются, изЪ которыхЪ одно вмѣсто другаго, безЪ всякой перемѣны, поставлено быть можетЪ. *Неравныя* (Inaequalia) суть, естьли часть одного поставляется вмѣсто другаго цѣлаго.

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 13. Равенство двухъ количествъ означается знакомъ $=$, и пишется между оными такимъ образомъ: $a = b$, а выговаривается *a* равно *b*.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VI.

§. 14. *Количество большимъ* (Quantitas maior) называется, котораго часть бываетъ равна другому цѣлому количеству; напротивъ того *меньшимъ* (Quantitas minor) называется количество, которое равняется части другаго.

ПОЛОЖЕНІЕ.

Когда одно количество будетъ, въ разсужденіи другаго, больше, тогда оно означается знакомъ $>$, то есть, $a > b$, и выговаривается *a* больше *b*. А когда какое ни будь количество будетъ въ разсужденіи другаго меньше; тогда оно означается знакомъ $<$, то есть, $a < b$, и выговаривается *a* меньше *b*.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VII.

§. 16. *Подобныя количества* (Similia) называются, въ которыхъ все то находится одинаково, чрезъ что они между собою различены быть должны. *Неподобныя* (Dissimilia) суть, въ которыхъ все то находится несходно, чрезъ что они между собою различаются. Почему *подобіе*, (Similitudo) есть *тожество* (Identitas); *неподобіе* же (Dissimilitudo) есть несходство того, чѣмъ вещи между собою взаимно различаются.

ПОЛО-

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 17. Знакъ подобія есть ∽.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VIII.

§. 18. *Число ровнымъ* (Numerus par) называется то, которое два, или нѣсколько цѣлыхъ равныхъ чиселъ въ себѣ заключаетъ. На пр. 8. *Неровнымъ* же (Impar) называется то, которое отъ ровнаго числа̀ разнствуетъ единицею. На пр. 7, 11, и проч.

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 19. При счисленіи вышепомянутыхъ чиселъ больше не употребляется, какъ десять слѣдующихъ знаковъ:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IX.

§. 20. Десять оные знаки, употребляемые при счисленіи чиселъ, называются *одинъ*, *два*, *три*, *четыре*, *пять*, *шесть*, *семь*, *восемь*, *девять*, *десять*; они же называются вообще *единицами*: такимъ образомъ десять единицъ составляютъ *одинъ десятокъ*, то есть 10; двадцать единицъ составляютъ *два десятка*, то есть 20; тритцать единицъ, *три десятка*, то есть 30; сто единицъ дѣлаютъ *десять десятковъ*, то есть 100; и такъ далѣе.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 21. Что жъ касается до перваго знака, называемаго *нуль* (Zerus, *vel* Ciphra), оной никакого знаменованія не имѣетъ; будучи жъ приданъ къ какимъ ни будь знакамъ отъ правой руки, всегда увеличиваетъ оные. Такимъ образомъ, когда просто на-

пишешь 2, то будетъ значить два; естьли жъ къ тому приданъ будетъ одинъ нуль: то будетъ значить 20; а естьли два нуля: то будетъ 200; и такъ далѣе.

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 22. Помянутые знаки (§. 19. 20.) не всегда имѣютъ одинакое знаменованіе; но дается онымъ знаменованіе по мѣсту, которое каждой знакъ занимаетъ. Такимъ образомъ на первомъ мѣстѣ отъ правой руки всякой знакъ имѣетъ свое собственное знаменованіе, то есть, единицы; на второмъ мѣстѣ отъ правой руки всякой знакъ въ десять разъ значитъ больше, нежели на первомъ, то есть, десятки; на третьемъ мѣстѣ стоящіе знаки означаютъ сотни; на четвертомъ мѣстѣ единицы тысячь, или тысячи; на пятомъ десятки тысячь; на шестомъ сотни тысячь; на седьмомъ тысячи тысячь, или единицы милліоновъ, и далѣе, такъ что единица каждаго предъидущаго знака къ лѣвой рукѣ дѣлаетъ всегда десять единицъ послѣдующаго знака, состоящаго къ правой рукѣ, то есть, каждой знакъ, продолжающейся къ лѣвой рукѣ всегда въ десятеро больше становится.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 23. Ежели какихъ единицъ гдѣ не достаетъ: то мѣсто ихъ дополняется нулемъ. На пр. ежелибы сотенныхъ единицъ не было: то бы вмѣсто ихъ,

то

то есть, на третьемЪ мѣстѣ отЪ правой руки должно было поставить 0 для того только, чтобы всякаго знаменованія единицы стояли на опредѣленныхЪ себѣ мѣстахЪ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§ 24. Чтобы, вЪ исчисленіи великихЪ чиселЪ, не здѣлать погрѣшности, а можно было обЪ оныхЪ имѣть подробное понятіе; того ради пріобщается здѣсь таблица, вЪ которой изображено, гдѣ какое знаменованіе имѣетЪ каждой знакЪ.

мѣсто	*Знаменованіе знаковЪ.*
На первомЪ мѣстѣ отЪ правой руки находятся.	единицы.
— второмЪ - -	десятки.
— третьемЪ - -	сотни.
— четвертомЪ - -	тысячи.
— пятомЪ - -	десятки тысячь.
— шестомЪ - -	сотни тысячь.
— седьмомЪ - -	милліоны.
— осьмомЪ - -	десятки милліоновЪ.
— девятомЪ - -	сотни милліоновЪ.
— десятомЪ - -	тысячи милліоновЪ.
— одиннатцатомЪ -	десятки тысячь милліоновЪ.
— двенатцатомЪ -	сотни тысячь милліоновЪ.
— тринатцатомЪ -	милліоны милліоновЪ, или билліоны.
— четырнатцатомЪ -	десятки билліоновЪ.
— пятнатцатомЪ -	сотни билліоновЪ.
— шеснатцатомЪ -	тысячи билліоновЪ.
— семнатцатомЪ -	десятки тысячь билліоновЪ.
— осьмнатцатомЪ -	сотни тысячь билліоновЪ.
— девятнатцатомЪ -	милліоны билліоновЪ, или трилліоны.

мѣсто	знаменованїе знаковъ.
На двадцатомъ - -	десятки триллїоновъ.
— двадцать первомъ	сотни триллїоновъ.
— двадцать второмъ	тысячи триллїоновъ.
— двадцать третьемъ	десятки тысячь триллїоновъ.
— двадцать четвертомъ	сотни тысячь триллїоновъ.
— двадцать пятомъ	миллїоны триллїоновъ, или квадриллїоны и проч.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 25. Что жъ касается до изобрѣтателей помянутыхъ знаковъ, объ оныхъ хотя многїе писали, однако не согласно: иные утверждаютъ, что оные изобрѣтены отъ Араповъ; а Валлизїй доказываетъ, что они найдены отъ Индѣйцовъ, а потомъ отъ Сарацынъ въ Гишпанїю перенесены. Но кто бы оные знаки ни изобрѣлъ, въ томъ нужды нѣтъ; довольно того, что мы къ нимъ съ малыхъ еще лѣтъ привыкли. Чего ради употребленїе оныхъ должны почитать всеобщимъ и для всѣхъ обыкновеннымъ.

ЗАДАЧА 1.

§. 26. *Написанное число выговорить, то есть, каждому знаку дать приличное, по разсужденїи мѣста, знаменованїе.*

РѢШЕНІЕ.

1. Данное число раздѣли отъ правой руки къ лѣвой, посредствомъ запятыхъ, на члены такимъ образомъ, чтобы каждой членъ состоялъ изъ трехъ знаковъ, а въ послѣднемъ членѣ, что къ лѣвой рукѣ, могутъ быть три знака и меньше, то есть, два, или одинъ.
2. Послѣ всякихъ двухъ запятыхъ, находящемуся первому знаку надлежитъ надписывать

по

по порядку слѣдующїя черточки : I, II, III, IV, V, и проч. то есть, надъ седьмымъ знакомъ I, что будетъ означать миллїоны, надъ тринатцатымъ II, что будетъ означать биллїоны, надъ девятнатцатымъ III, что будетъ означать триллїоны, и такъ далѣе.

3. Въ произношенїи жъ первой знакъ отъ правой руки во всякомъ членѣ надлежитъ выговаривать единицами, средней десятками, а третей сотнями (§. 22. 23.), а при знакѣ означенномъ запятою, должно выговаривать тысячи. И такъ по силѣ положенїя и рѣшенїя число 5,431,863,045,123,456,789, надлежитъ выговаривать, пять триллїоновъ, четыре ста тритцать одна тысяча, восемь сотъ шестьдесятъ три биллїона, сорокъ пять тысячь, сто дватцать три миллїона, четыре ста пятьдесятъ шесть тысячь, семь сотъ восемьдесятъ девять.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 27. Что жъ принадлежитъ до того, какимъ образомъ можно написать какое ни будь число, въ томъ никакой трудности нѣтъ; естьли только предписанная въ §. 24. таблица твердо въ памяти будетъ содержаться.

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 28. Чтобы способнѣе можно было предлагаемыя въ Ариѳметикѣ и въ другихъ частяхъ Математики истинны доказывать: то вмѣсто чиселъ часто употребляются Латинскїя литеры, какъ маленькїя *a*, *b*, *c*, *d*, и проч. такъ и большїя A, B, C, D, и проч.

АКСІОМА I.

§. 29. Всякое число можно вымѣрять чрезъ единицы, которыя въ ономъ находятся.

АКСІОМА II.

§. 30. Всякое число, или количество само себѣ равно.

АКСІОМА III.

§. 31. Равныя количества имѣютъ между собою взаимное сношенїе, то есть, одно на мѣстѣ другаго поставлено быть можетъ.

АКСІОМА IV.

§. 32. Когда два числа, или количества равны одному третьему: то оныя равны и между собою.

На пр. я имѣю три груды денегъ, и естьли въ первой находится столько рублей, сколько въ другой; а въ третей также столько, сколько и въ другой: то должно быть неотмѣнно и въ третей столько, сколько въ первой.

АКСІОМА V.

§. 33. Что больше одного изъ равныхъ количествъ, то больше и другаго.

АКСІОМА VI.

§. 34. Цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ, и больше каждой одной своей части.

АКСІ-

АКСІОМА VII.

§. 35. Когда равное придано будетъ къ равному: то и суммы ихъ будутъ равныя; естьли жъ равное придано будетъ къ бо́льшему и меньшему: то будетъ сумма въ первомъ случаѣ больше, нежели въ другомъ.

АКСІОМА VIII.

§. 36. Когда равное вычтено будетъ изъ равнаго: то и остатки ихъ будутъ равные; естьли жъ равное вычтено будетъ изъ бо́льшаго и изъ ме́ньшаго: то останется въ первомъ случаѣ больше, нежели въ другомъ.

АКСІОМА IX.

§. 37. Когда равное умножено будетъ на равное: то и произведенія ихъ будутъ равныя; естьли жъ бо́льшее и меньшее умножено будетъ на равное: то и произведеніе будетъ въ первомъ случаѣ больше, нежели въ другомъ.

АКСІОМА X.

§. 38. Когда равное будетъ раздѣлено на равное: то и частныя числа будутъ равныя; естьлижъ бо́льшее и меньшее будетъ раздѣлено на равное: то и частное число будетъ въ первомъ случаѣ больше, нежели въ другомъ.

ГЛАВА ВТОРАЯ
О
ЧИСЛАХЪ ОДНОГО РОДУ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ X.

§. 39.

Числа одного роду (numeri homogenei) называются тѣ, которыя означаютъ подобныя части одного тогожъ цѣлаго числа.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

§. 40. *Сложенїе* (Additio), есть такое дѣйствїе, чрезъ которое двумъ, или многимъ числамъ одного роду находится одно равное. Найденное такимъ образомъ число, называется *Сумма* (Summa *vel* Aggregatum), а данныя числа, называются *числа слагаемыя* (Numeri ſummandi).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 41. Понеже всякое число составляется изъ многихъ единицъ (§. 4.), то есть, изъ единицъ, десятковъ, сотенъ, тысячь и проч. то, ежели надобно будетъ слагать нѣсколько чиселъ, надлежитъ всѣ единицы, всѣ десятки, всѣ сотни и проч. складывать особливо, и располагать по мѣстамъ имъ пристойнымъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 42. Единицы чиселъ представляются пальцами, и потребное къ сложенїю вычисленїе дѣлается до тѣхъ поръ по пальцамъ, пока въ памяти не затвердится, сколько всякое малое число вмѣстѣ съ другимъ здѣлаетъ. На пр. два да три дѣлаютъ пять; а шесть да восемь дѣлаютъ четырнатцать. И такъ далѣе.

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 43. Знакъ сложенїя по бóльшой части употребляется слѣдующей (+), и выгова-

говаривается чрезъ *плюсъ* (Plus). Такимъ образомъ 3 + 4 означаетъ, что 3 съ 4 сложены.

ТЕОРЕМА I.

§. 44. *Числа слагаемыя должны быть одного роду.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда изъ слагаемыхъ чиселъ должно быть составлену такому цѣлому числу, которое бы приданныя числа, какъ части, въ себѣ заключало (§. 40: 41.): то необходимо дожно быть тѣмъ частямъ между собою подобнымъ, которыя бы къ одному томужъ цѣлому числу относились (§. 39.); слѣдовательно числа слагаемыя должны быть одного роду. ч. н. д.

ЗАДАЧА II.

§. 45. *Данныя одного роду числа сложить.*

РѢШЕНІЕ.

1. Данныя числа надлежитъ написать такимъ образомъ, чтобы единицы состояли подъ единицами, десятки подъ десятками, сотни подъ сотнями. Итакъ далѣе (§. 41).
2. Потомъ, проведя подъ ними черту, должно начинать сложеніе отъ единицъ, и сумму ихъ подписывать подъ единицами, сумму десятковъ подъ десятками, сумму сотенъ подъ сотнями и проч.
3. Десятки, которые произойдутъ отъ простыхъ единицъ, надлежитъ приложить къ десяткамъ данныхъ чиселъ; произшед-

шія жъ отъ сложенія десятковъ сотни, надлежитъ приложить къ сотнямъ. Продолжая такимъ образомъ далѣе, найдется искомая сумма всѣхъ данныхъ чиселъ. На пр. ежели должно будетъ сложить слѣдующія числа:

5678
463
6124
1200
13465

то надлежитъ начинать сложеніе отъ правой рукй, и говорить: 8 да 3 дѣлаютъ 11, да 4 дѣлаютъ 15, то есть, одинъ десятокъ, и 5 единицъ; и для того подъ единицами надлежитъ только подписать 5, а одинъ десятокъ должно причислить къ слѣдующему ряду. Такимъ же образомъ должно слагать десятки, и прежде всего къ нимъ приложить число десятковъ проишедшихъ отъ сложенія единицъ слѣдующимъ образомъ: 1 да 7 дѣлаютъ 8, да 6 будетъ 14, да еще 2, будетъ 16, то есть, 6 десятковъ, которые подпиши подъ рядомъ десятковъ, а одну сотню отнеси къ слѣдующему ряду, гдѣ сотни находятся: потомъ говори: 1 сотня, произшедшая отъ сложенія десятковъ, и 6 дѣлаютъ 7, да 4 дѣлаютъ 11, и еще 1 будетъ 12, да 2 здѣлаютъ 14, то есть, четыре сотни и одна тысяча; и для того подъ рядомъ сотенъ подпиши 4, а одну тысячу отнеси къ слѣдующему ряду, и говори: 1 да 5 дѣлаютъ 6, да 6 дѣлаютъ 12, да 1 будетъ 13,

то есть, 3 тысячи и 1 десятокъ тысячь; и понеже больше ничего слагать не осталось: то 13 надлежитъ такъ написать, чтобы знакъ 3, означающей тысячи, состоялъ подъ рядомъ тысячь, а единица, значащая одинъ десятокъ тысячь, состояла на пятомъ отъ правой руки мѣстѣ, т. е. на мѣстѣ десятитысячномъ Такимъ образомъ сумма данныхъ чиселъ будетъ 13465

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Сложенiе бываетъ, когда всѣ единицы, всѣ десятки, всѣ сотни и проч. сложены будутъ въ одну сумму (§. 41.); но найденное такимъ образомъ число содержитъ въ себѣ всѣ единицы, всѣ десятки, всѣ сотни и проч. данныхъ чиселъ, т. е. ихъ части, и потому оно должно быть такъ велико, какъ всѣ данныя числа, взятыя вмѣстѣ (§. 34.); слѣдовательно найденное число будетъ сумма предложенныхъ чиселъ, и данныя числа сложены. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 46. Изъ чего видно, что, ежели всѣ части данныхъ чиселъ приняты будутъ за простыя единицы, въ сумму пишется только лишекъ слагаемыхъ чиселъ сверьхъ девяти. Ибо вмѣсто 15 пишется 1 да 5, которыя, будучи приняты за простыя единицы, дѣлаютъ 6, слѣдовательно показываютъ лишекъ числа 15 сверьхъ 9; равнымъ образомъ вмѣсто 16 пишется подъ десятками 6, да подъ сотнями 1, которыя два числа, будучи приняты за простыя единицы, и взяты вмѣстѣ, дѣлаютъ 7, и слѣдовательно показываютъ излишество числа 16 сверьхъ 9 и проч. И такъ при складыванiи чиселъ при всякомъ ряду столько девятокъ выпускается, сколько единицъ причисляется къ слѣдующему ряду.

ЗАДАЧА III.

§. 47. *Поверить сложенїе, т. е. узнать, подлинно ли найденное число такъ велико, какъ данныя числа всѣ вмѣстѣ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Замѣчай по сторону помянутыя единицы, которыя, во время сложенїя, отбрасываются, и оныя, по окончанїи дѣйствїя, сложи, дабы можно было видѣть, сколько разъ выпущено при сложенїи.
2. Притомъ изъ найденной суммы вычти столько разъ девять, сколько можно, и сїи девятки сложи съ тѣми, которыя выпущены при сложенїи, а оставшееся число, которое въ число девяти не входитъ, запиши.
3. Наконецъ смотри, сколько разъ можно вычесть девять изъ данныхъ чиселъ, и какое число напослѣдокъ останется, оное также запиши. Ибо, ежели будетъ число выпущенныхъ девятокъ въ обоихъ мѣстахъ равно, и одно число останется: то найденное число, т. е. сумма, будетъ такъ велика, какъ данныя числа всѣ вмѣстѣ (§. 34.); слѣдовательно будешь увѣренъ, что ты по правиламъ сложенїя точно поступалъ, и сложенїе здѣлалъ вѣрно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 48. *Вычитанїе* (Subſtractio), есть способъ находить такое число, которое бы, будучи взято вмѣстѣ съ однимъ изъ данныхъ чиселъ, равно было другому данному числу. Найденное число называется *разность*, или, *остатокъ* (Differentia *vel* Reſiduum.)

ПОЛО-

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 49. Когда одно число изъ другаго надлежитъ вычитать: то, для означенія сего, къ вычитаемому числу прилагается слѣдующей знакъ —, который выговаривается чрезъ *минусъ* (minus). На пр. ежели бы изъ 9 должно было вычесть 5: то бы надлежало написать слѣдующимъ образомъ: 9 — 5 = 4, т. е. изъ 9 вычтено 5, въ остаткѣ 4.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 50. Понеже всякое число состоитъ изъ многихъ единицъ (§. 41.), т. е. изъ единицъ, десятковъ, сотенъ и проч. то вычитаніе здѣлается, когда единицы вычтены будутъ изъ единицъ, десятки изъ десятковъ, сотни изъ сотенъ и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 51. Слѣдовательно вычитаемое число должно быть меньше того, изъ котораго дѣлается вычитаніе.

ТЕОРЕМА II.

Числа меньшое и большое въ вычитаніи должны быть одного роду.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже большое число, изъ котораго вычитается меньшое, представляется какъ цѣлое число, изъ котораго извѣстная нѣкоторая часть чрезъ вычитаніе отнимается (§. 48.): но всякое число изъ подобныхъ частей состоитъ (§. 39.); слѣдовательно числа меньшое и большое въ вычитаніи должны быть одного роду. ч. н. д.

ЗАДАЧА IV.

§. 53. *Данное число изъ другаго тогожъ рода вычесть.*

РѢШЕНІЕ.

1. Вычитаемое число подъ тѣмъ числомъ, изъ котораго вычитать надлежитъ, подпиши такимъ образомъ, какъ въ сложеніи показано (§. 45.).
2. Проведи подъ ними черту, и начинай потомъ дѣлать вычитаніе отъ правой руки къ лѣвой, т. е. вычитай единицы изъ единицъ, десятки изъ десятковъ, сотни изъ сотенъ и проч. остатокъ отъ единицъ надлежитъ подписывать подъ единицами, остатокъ отъ десятковъ подъ десятками, отъ сотенъ подъ сотнями, и такъ далѣе.
3. Но ежели которой нибудь знакъ числа, изъ котораго меньшее вычитается, будетъ меньше, нежели соотвѣтствующей знакъ вычитаемаго: то въ такомъ случаѣ отъ знака слѣдующаго большаго знаменованія должно занять единицу, и приложить оную къ знаку, изъ котораго дѣлать вычитанія не можно, гдѣ занятая единица будетъ значить десять (§. 22.). Но понеже вычитаемой знакъ не можетъ быть больше, какъ 9: то по присовокупленіи десятка, какой бы знакъ вычитаемой ни былъ, всегда вычитаніе здѣлать будетъ возможно.
4. При знакѣ верьхняго числа, отъ котораго единица занимается, для памяти ставится *точка*, (.), чтобы видно было, что взята

отъ

отъ онаго единица. Продолжая такимъ образомъ далѣе, найдется остатокъ, или разность двухъ чиселъ. На пр. требуется найти разность слѣдующихъ чиселъ:

6874
4253
2621

то написавъ оныя, какъ показано, начинай вычитаніе отъ правой руки, и говори: 3 единицы изъ 4хъ останется одна, которую подпиши подъ единицами; 5 изъ 7 въ остаткѣ будетъ 2, что должно подписать на второмъ мѣстѣ отъ правой руки, для того что десятки вычтены изъ десятковъ; 2 изъ 8 останется 6, которыя должно подписать подъ тѣми знаками, которыхъ здѣлано вычитаніе. Такимъ же образомъ вычтя, 4 изъ 6 останется 2, и найдется подлинная данныхъ чиселъ разность 2621.

А когда въ вычитаемомъ числѣ случатся нѣкоторые знаки больше, нежели соотвѣтствующіе имъ того числа, изъ котораго вычитаніе дѣлать должно, какъ на пр.

9.1.2.0 4
6 8 6 7 2
2 2 5 3 2

то поступать надлежитъ слѣдующимъ образомъ: 2 изъ 4, остатокъ будетъ 2; 7 изъ 0 вычесть не можно, и для того отъ слѣдующаго знака большаго знаменованія должно занять единицу, т. е. девять десятковъ, тогда 7 десятковъ изъ

десяти можно будетъ вычесть, и останется 3, что надлежитъ подписать на своемъ мѣстѣ. А понеже отъ 2 сотенъ одна уже взята: то вычитать слѣдуетъ 6 не изъ 2, да изъ 1; но сего учинить не возможно: чего ради должно отъ слѣдующаго знака занять единицу, и сіе означить точкою (.), и тогда вычитать должно 6 сотенъ изъ 11, въ остаткѣ будетъ 5: потомъ слѣдовало бы вычитать 8 изъ 0, но сего здѣлать не возможно; того ради надлежитъ отъ слѣдующаго знака, что отъ лѣвой руки, т. е. отъ 9 занять единицу, которая здѣлаетъ 10 послѣдующаго, и для того вычитать должно 8 изъ 10, останется 2; остатокъ, подписавъ на приличномъ мѣстѣ, вычитаніе продолжать должно далѣе, и говорить 6 изъ 8, а не изъ 9, въ остаткѣ будетъ 2. Такимъ образомъ искомой остатокъ будетъ 22532.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Изъ дѣйствія видно, что найденное число, т. е. разность содержитъ въ себѣ остатокъ отъ единицъ, отъ десятковъ, отъ сотенъ и проч. то есть, остатокъ всѣхъ частей; а понеже остатокъ всѣхъ частей вмѣстѣ равенъ цѣлому числу (§. 34.): того ради найденное число есть остатокъ, и будучи взятой съ отнятымъ числомъ, будетъ равенъ другому данному числу (§. 48.); слѣдовательно вычитаніе здѣлано по предписаннымъ правиламъ (§. 50.). ч. н. д.

ТЕОРЕ-

ТЕОРЕМА III.

§. 54. Остатокъ, или разность ежели сложена будетъ съ вычитаемымъ числомъ, т. е. *съ меньшимъ числомъ: то сумма ихъ будетъ равна большому числу*, т. е. *тому, изъ котораго меньшое число вычтено было.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже меньшое число отнятое отъ большаго, есть часть онаго, а остатокъ есть также часть другая тогоже числа; но цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§. 34.); слѣдовательно остатокъ, сложенной съ меньшимъ числомъ, долженъ быть равенъ большому числу. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 55. Изъ чего видно, что число не перемѣняется, когда отъ онаго что отъимется, да тожъ самое и придастся.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 56. Когда случится вычитать большое число изъ меньшаго: то вычитается меньшое изъ большаго, а къ остатку приписывается знакъ —, на пр. изъ 5 должно вычесть 8: то пишется такимъ образомъ $5 - 8 = - 3$.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 57. Когда какіе знаки вычитаемаго числа будутъ больше, нежели соотвѣтствующіе имъ верьхніе; въ такомъ случаѣ способнѣе вмѣсто того, чтобы къ слѣдующему отъ лѣвой руки знаку верьхняго числа ставить *точку*, знаменованіе которой уже объявлено, ставить можно оную у слѣдующаго вычи-

таемаго знака, и означать будетъ, что къ вычитаемому знаку должно прибавить единицу. На пр.

$$\begin{array}{r} 19040 \\ 8685 \\ \hline 10355 \end{array}$$

Основанїе сего способа зависитъ отъ слѣдующей аксїомы. Когда вычитается одно число изъ другаго: то остатокъ всегда будетъ тотъже, хотя къ онымъ числамъ по единицѣ, или по другому какому ни будь знаку приложится (§. 35.): такимъ образомъ все будетъ равно, ежели вычтешь 5 изъ 9: то останется 4; тожъ останется, ежели вычтешь 6 изъ 10, т. е 4.

ПРИМѢЧАНIЕ 3.

§. 58. При случающихся въ общемъ житїи задачахъ всякъ можетъ видѣть, гдѣ должно употреблять вычитанїе, и гдѣ сложенїе: Ежели бы кто имѣлъ записную книгу приходовъ и росходовъ, и по прошествїи нѣкотораго времени, вѣдать бы хотѣлъ, сколько у него денегъ находится: то бы надлежало всѣ приходы сложить въ одну сумму, потомъ сложить и росходы, и сумму росходовъ вычесть изъ суммы приходовъ; остатокъ покажетъ, сколько денегъ на лицо. Также, ежели бы мнѣ должны были нѣсколько человѣкъ: одинъ бы долженъ былъ A, другой B, третей C, четвертой D, и самъ бы я другимъ долженъ былъ E и F, и хотѣлъ бы вѣдать, сколько по возвратѣ и расплатѣ долговъ, останется: явствуетъ, что то, чѣмъ мнѣ другїе должны, надлежитъ сложить, и чѣмъ я самъ другимъ долженъ, сложить же; и сумму послѣднюю, ежели она будетъ меньше прежней, вычесть изъ первой, остатокъ покажетъ число денегъ, которыя у меня будутъ. Ежели жъ сумма послѣдняя будетъ больше первой: то должно вычесть изъ послѣдней, и передъ остаткомъ поставить знакъ —, что будетъ означать, сколько я

буду

буду долженъ, ежели всѣ возвращенныя изъ долговъ деньги употреблю на разплату долговъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 59. Понеже сложеніе и вычитаніе суть дѣйствія противныя, такъ что части чрезъ сложеніе въ одну сумму соединенныя, опять чрезъ вычитаніе могутъ быть отняты изъ оной суммы. Почему повѣрка обоихъ дѣйствій, естьли потребована будетъ, на оборотъ можетъ быть здѣлана, т. е. вычитаніе можно повѣрить сложеніемъ (§. 54.), а сложеніе вычитаніемъ, т. е. надлежитъ одинъ порядокъ слагаемыхъ чиселъ отдѣлить чертою, какъ ниже сего въ примѣрѣ A будетъ показано, и сыскать остальныхъ сумму, которую, подписавъ подъ суммою всѣхъ данныхъ чиселъ, надлежитъ вычесть изъ всей суммы; и ежели остатокъ будетъ равенъ отдѣленному порядку: то почитать, что сложеніе здѣлано вѣрно. На пр.

$$\begin{array}{r}
95678 = A \\
\hline
10463 = B \\
26124 = C \\
1200 = D \\
\hline
133465 = S \\
37787 = B + C + D \\
\hline
95678 = A.
\end{array}$$

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

§. 60. *Умноженіе* (Multiplicatio), есть способъ изъ двухъ данныхъ чиселъ находить третіе число такое, въ которомъ бы одно изъ данныхъ чиселъ столько разъ содержалось, сколько единицъ другое въ себѣ имѣетъ. Искомое число называется *произведеніе* (Productum, seu Factum); а изъ данныхъ чиселъ одно называется *множимое число* (Multiplicandus), а другое *множитель* (Multiplicator); или однимъ

словомъ, оба данныя числа называются *факторами* (Factores).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 61. И такъ, когда надобно будетъ какое ни будь число умножить на другое: то надлежитъ столько разъ взять оное, сколько единицъ содержится въ множителѣ. Изъ чего видно, что умноженіе есть сокращенное сложеніе.

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 62. Для означенія умноженія иные употребляютъ знакъ, *точку* (.), которая между множимымъ числомъ и множителемъ пишется, какъ на пр. 6. 8 = 48. Иные ×, какъ 6 × 8 = 48. Что жъ касается до тѣхъ количествъ, которыя вообще означаются чрезъ литеры: то для означенія умноженія оныхъ, просто безъ всякаго знака поставляется одна литера подлѣ другой. На пр. А умножить должно на В, изображается такимъ образомъ: А В.

ЗАДАЧА V.

§. 63. *Данное число на другое умножить безъ таблицы.*

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что дано число 15674, которое должно умножить на 4: то, понеже умноженіе не что иное есть, какъ нѣсколько разъ повторенное сложеніе (§. 61.), надлежитъ сложить множимое число столько разъ само съ собою, сколько единицъ содержится въ множителѣ; и такъ произ-

веденія

веденія данныхъ чиселъ найдутся слѣдующимъ образомъ:

15674
15674
15674
15674
―――――
62696 = 15674 × 4 = 62696

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 64. Сей способъ умноженія тогда только употреблять можно, когда множитель будетъ состоять изъ однихъ единицъ: но въ противномъ случаѣ, когда множитель будетъ состоять изъ многихъ знаковъ, сего способа никоимъ образомъ употреблять не возможно. Для такихъ случаевъ надлежитъ твердо содержать въ памяти произведенія всѣхъ чиселъ изъ одного знака состоящихъ на числа изъ одного знака состоящія, что покажетъ слѣдующая таблица, которая по имени своего изобрѣтателя, называется *Пиѳагоровою*, (Abacus Pythagoricus).

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

ЗАДАЧА VI.

§. 65. *Данное число на другое данное умножить, помощїю таблицы.*

РѢШЕНIЕ.

1.) Надлежитъ множителя подписать подъ множимымъ числомъ такъ, какъ показано въ сложенїи (§. 45.) и подъ ними провесть черту.

2.) Потомъ, начиная отъ правой рукѝ, должно умножать первымъ знáкомъ множителя всякой знакъ порознь множимаго числà, и произведенїя подписывать подъ чертою; десятки жъ, произшедшїе отъ умноженїя, надлежитъ придавать къ слѣдующему отъ лѣвой рукѝ произведенїю.

3.) Такимъже образóмъ должно умножать и другими множителя знаками, наблюдая только то, чтобы произведенїя десятковъ множителя соотвѣтствовали десяткамъ множимаго, изъ сотенъ сотнямъ, въ разсужденїи ихъ мѣстъ, (§. 22.) и проч.

4.) Напослѣдокъ найденныя произведенїя должно сложить въ одну сумму, которая покажетъ искомое произведенїе. На пр.

$$
\begin{array}{r}
45673 \\
145 \\
\hline
228365 \\
182692 \\
45673 \\
\hline
6622585
\end{array}
$$

И такъ помощїю данной таблицы умножено сперьва знáкомъ 5, и понеже 3 жды 5 дѣлаютъ 15: то 5 подписано подъ первымъ

вымъ зна́комъ, а 1 десятокъ приданъ къ слѣдующему произведенію; пото́мъ 5 ю 7, дѣлаютъ 35 десятковъ, а съ оставшимся отъ умноженія единицъ однимъ десяткомъ, будетъ 36, то есть, 3 сотни и 6 десятковъ, и для того 6 подписано на второмъ мѣстѣ, а 3 удержаны въ умѣ для слѣдующаго знака; пото́мъ 5 ю 6 дѣлаютъ 30 сотенъ, а съ удержанными въ умѣ 3 мя, будетъ 33 сотни, по чему 3 сотни написать должно на третьемъ мѣстѣ, а 3 тысячи удержать въ умѣ: пото́мъ 5 ю 5 дѣлаютъ 25 тысячь, да 3 въ умѣ удержанныя, будетъ 28, по чему 8 только подписать должно, а 2 удержать въ умѣ: наконецъ 5 ю 4 дѣлаютъ 20, и 2 въ умѣ удержанныя, будетъ 22. А понеже въ множимомъ числѣ болѣе ничего знаковъ не остается: то должно подписать оба знака 22. Пото́мъ должно умножать вторымъ зна́комъ множителя, то есть, десятками, наконецъ третьимъ, то есть, сотнями, поступая съ оными также, какъ поступлено съ первымъ, и наблюдая при томъ 3 пунктъ рѣшенія, и продолжая такимъ образомъ далѣе, найдется наконецъ желаемое произведеніе 6622585.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ силу учиненнаго дѣйствія и таблицы (§. 64.), первое число подъ чертою написанное содержитъ въ себѣ множимое число столько разъ, сколько первой знакъ множителя единицъ въ себѣ содержитъ; такимъ обра-

образомъ и во второмъ числѣ подъ чертою подписанномъ, столько разъ множимое число содержится, сколько второй знакъ множителя единицъ въ себѣ содержитъ (§. 22.). Тожъ должно разумѣть и о третьемъ числѣ подъ чертою подписанномъ. И понеже всѣ числа потомъ складываются: то въ суммѣ ихъ должно столько разъ множимое число содержаться, сколько множитель единицъ въ себѣ имѣетъ (§. 40.); слѣдовательно данное число на другое данное умножено (§. 60.) ч. н д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 66. Ежели данной множитель будетъ состоять изъ двухъ, или трехъ знаковъ, и проч. и въ разсужденіи ихъ всѣхъ вмѣстѣ взятыхъ можетъ онъ принятъ быть за произведеніе: то въ такомъ случаѣ можно дѣлать умноженіе слѣдующимъ образомъ:

1. Разбери, какіе множители составляютъ оной данной множитель, и оные представь въ особливости, то есть, каждой изъ нихъ порознь.

2. Потомъ возьми которой ни будь изъ нихъ, и умножь онымъ данное множимое число, а произведеніе изъ того умножай порознь на прочіе, и такимъ образомъ тоже самое произведеніе выдетъ, какое выходитъ изъ умноженія по первому рѣшенію; что больше всего можно уразумѣть изъ слѣдующихъ примѣровъ:

Положимъ, что должно умножить 365 на 27. Понеже видно, что данной множитель 27 состоитъ изъ двухъ знаковъ, въ разсужденіи коихъ вмѣстѣ взятыхъ, можетъ онъ принятъ быть за произведеніе, потому

потому что $9 \times 3 = 27$; того ради будетъ

по первому рѣшен. 365   365
27   9
2555   3285
730   3
Произв. 9855 = 9855 тоже самое произв.

Равнымъ образомъ 1868 можно умножить на 125. Понеже множитель 125, въ разсужденiи всѣхъ знаковъ, можетъ принятъ быть за произведенiе произшедшее изъ умноженiя $5 \times 5 \times 5 = 125$.

1868   1868
125   5
9340   9340
3736   5
1868   46700
    5
233500 = 233500

И сiе умноженiе, въ разсужденiи предъидущаго, разнствуетъ только тѣмъ, что въ немъ не употребляется сложенiе, но чрезъ одно умноженiе находится желаемое произведенiе: и тогда только употребительно бываетъ такое умноженiе, когда данной множитель, въ разсужденiи всѣхъ своихъ знаковъ вмѣстѣ взятыхъ, можетъ принятъ быть за точное произведенiе. Естьли жъ знаки, данняго множителя, взятые всѣ вмѣстѣ, не будутъ составлять точнаго произведенiя: то въ такомъ случаѣ, чтобъ избѣжать того, что въ показанномъ выше сего рѣшенiи умноженiя предписано было (§. 65), надлежитъ только знаки даннаго множителя взятые всѣ вмѣстѣ принять за сумму, и оную разбить на-двѣ, на-три, или на четыре части и проч. такъ чтобъ тѣ, части взятыя всѣ вмѣстѣ, точно были равны суммѣ всѣхъ знаковъ, составляющихъ множителя, и потомъ

порознь

порознь каждою частью умножать данное множимое число; произведенія жъ изъ того одно подъ другимъ должно подписывать, не уступая знакомъ, какъ выше упомянуто: но чтобъ единицы каждаго произведенія единицамъ, десятки десяткамъ и проч. соотвѣтствовали, и наконецъ оныя произведенія сложить между собою, произшедшая изъ того сумма будетъ желаемое произведеніе.

На пр. 3568 надлежитъ умножить на 13: то множитель 13 раздѣля на-двѣ части = 10 + 3, поступай слѣдующимъ образомъ:

```
 3568
   10
-----
 35680 произв. изъ первьвой ч. множ.
 3568
    3
-----
 10704 произв. изъ втор. ч. множ.
 35680
-----
 46384
```

Сумма двухъ произв. изъ двухъ частей множителя будетъ желаемое произведеніе. Ибо, данное множимое число умноживъ надлежащимъ образомъ на даннаго множителя (§. 65), произойдетъ тоже самое произведеніе. На пр.

```
  3568
    13
------
 10704
 3568
------
 46384 вѣрно.
```

Или, тотъже множитель разбивъ на-три части, и умноживъ каждою его частью данное множимое число, и притомъ произведенія изъ трехъ частей сложивъ въ одну сумму, будетъ точно тоже самое

произ-

произведенїе. Напр. 13 = 4 + 4 + 5, на которыя части порознь умноживъ 3568, будетъ

3568		14272	
4		14272	
14272	произ. изъ пер. ч.	17840	
3568		46384	тоже самое произ.
4			
14272	произ. изъ втор. ч.		
3568			
5			
17840	произ. изъ трет. ч.		

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 67. Слѣдовательно какое содержанїе имѣетъ единица къ множителю, такоежъ содержанїе имѣть должно и множимое число къ произведенїю.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 68. И такъ, ежели произведенїе раздѣлится на одно которое ни будь изъ данныхъ множимыхъ между собою чиселъ: то произойдетъ другое данное число.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 69. Явствуетъ при томъ изъ вышеписанныхъ, что одинаковыхъ множителей одинаковы произведенїя быть должны.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 70. Когда при которомъ ни будь числѣ изъ множимыхъ случится на концѣ нѣсколько нулей: то оные должно только приписать къ произведенїю прочихъ знаковъ отъ правой руки (§. 21. 23.), какъ на пр.

368	47500
200	3000
73600	142500000

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 71. Ежели въ срединѣ множителя случатся нули: то оные, для краткости, оставя, должно умножать слѣдующимъ послѣ оныхъ нулей знакомъ, и произведеніе изъ того писать на томъ мѣстѣ, противъ котораго тотъ знакъ находится. на пр.

```
   93408        58346
    3007          201
  ------        -----
  653856        58346
280224         116692
--------       --------
280877856      11727546
```

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 72. Ежели одно изъ данныхъ множимыхъ между собою чиселъ, на пр. множитель, будетъ единица съ нѣсколькими нулями: то произведеніе будетъ, когда къ множимому числу приданы будутъ всѣ находящіеся при множителѣ нули. На пр.

```
2340
 1000
-------
2340000
```

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 73. Что касается до повѣренія умноженія: то оно повѣряется лучше чрезъ дѣленіе (§. 67.); незнающіе жъ дѣленія могутъ повѣрять умноженіе чрезъ отбрасываніе девятокъ, то есть, сперьва должно счесть, сколько въ множимомъ числѣ будетъ девятокъ, и что останется сверьхъ того, оное написать вверьху креста на бумагѣ или на доскѣ нарочно для того изображеннаго, потомъ должно счесть также и въ множителѣ, и лишекъ сверьхъ сочтенныхъ девятокъ поставить въ низу креста, и умножить онымъ вверьху поставленной лишекъ, и смотрѣть, сколько лишку будетъ сверьхъ девяти въ семъ произведеніи, и оной поставить съ котораго ни будь боку креста; и ежели изъ произведенія данныхъ чиселъ такойже точно выдетъ лишекъ: то

то почитать надобно, что вѣрно здѣлано умноженіе на пр.

4567		4	лишекъ отъ множимаго числ.
355	лишекъ		
22835	отъ произ.	7 — 7	лишекъ отъ произведенія.
22835	лишковъ.		
13701		4	лишекъ отъ множителя.
1621285		16	

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

§. 74. *Дѣленіе* (Diuiſio), есть способъ изъ данныхъ двухъ чиселъ находить третіе, въ которомъ бы столько разъ содержалась единица, сколько разъ одно изъ данныхъ чиселъ въ другомъ содержится. Искомое число называется *частное число* (quotus); а изъ данныхъ чиселъ одно называется *дѣлитель* (Diuiſor); а другое *дѣлимое число* (Numerus diuidendus).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 75. Слѣдовательно, когда кто хочетъ какое ни будь число раздѣлить на другое, то есть, найти частное число, тотъ долженъ столько разъ вычитать дѣлителя изъ дѣлимаго числа, сколько возможно; число нѣсколькихъ вычитаній покажетъ искомое частное число, то есть, сколько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ числѣ; по чему дѣленіе есть нѣсколько разъ повторенное вычитаніе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 76. Слѣдовательно сколько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ числѣ, столько разъ единица содержится въ частномъ числѣ.

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 77. Знакъ дѣленія иные употребляютъ двоеточіе какъ (:) и пишется оной между дѣлимымъ числомъ и дѣлителемъ такимъ образомъ : 8 : 4, и сіе озна-

чаетъ,

чаетъ, что 8 раздѣлить должно на 4; а иные дѣленіе изображаютъ дробью, то есть, дѣлимое число пишутъ на мѣстѣ числителя, а дѣлителя на мѣстѣ знаменателя слѣдующимъ образомъ: $\frac{8}{4}$ (§. 201.).

ТЕОРЕМА IV.

§. 78. *Ежели дѣлитель на частное число будетъ умноженъ: то произшедшее изъ того произведеніе будетъ равно дѣлимому числу.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ умноженіе находится такое число, которое столько разъ содержитъ въ себѣ множимое число, сколько единицъ содержитъ въ себѣ множитель (§. 60.): но столько разъ содержится дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ, сколько единица въ частномъ числѣ (§. 76.); слѣдовательно дѣлитель умноженной на частное число производитъ число равное дѣлимому числу. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 79. Изъ чего видно, что какъ вычитаніе противное есть дѣйствіе сложенію (§. 59.), такъ дѣленіе умноженію. Ибо тожъ число, которое чрезъ умноженіе нѣсколько разъ само съ собою складывается, чрезъ дѣленіе опять тоже возвращается; по чему одно вмѣсто другаго, въ разсужденіи повѣрки, служить можетъ, то есть, дѣленіе повѣрить можно умноженіемъ (§. 78.), а умноженіе дѣленіемъ (§. 67.).

ЗАДАЧА VII.

§. 80. *Данное число раздѣлить на другое.*

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что дѣлимое число дано 1071, а дѣлитель 204: то въ силу (§. 75.) надле-

надлежитъ дѣлителя столько разъ вычесть изъ дѣлимаго числа, сколько разъ можно. Число вычитаній покажетъ, сколько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ числѣ на пр.

$$\begin{array}{r} 1071 \\ \underline{204} \\ 867 \\ \underline{204} \\ 663 \\ \underline{204} \\ 459 \\ \underline{204} \\ 255 \\ \underline{204} \\ 51 \end{array}$$

Изъ чего видно, что дѣлителя пять разъ можно вычесть изъ дѣлимаго числа, и притомъ еще останется 51; слѣдовательно частное число будетъ $= \frac{1071}{204} = 5\frac{51}{204}$.

ДРУГОЕ РѢШЕНІЕ.

Но понеже такое дѣленіе не очень будетъ способно, когда дѣлимое число будетъ велико, и для того въ такихъ случаяхъ должно вычитать не самаго дѣлителя, но его произведенія происходящія изъ умноженія на какой ни будь знакъ, что дѣлается слѣдующимъ образомъ:

л. Написавъ отъ лѣвой руки дѣлителя, а отъ правой дѣлимое число, надлежитъ въ дѣлимомъ числѣ отъ лѣвой руки отдѣлить столько знаковъ, сколько въ дѣлителѣ находится, или, ежели первой

 знакъ

знакъ дѣлимаго числà будетъ меньше, нежели первой дѣлителя: то къ отдѣленнымъ знакамъ дѣлимаго числà должно присовокупить еще слѣдующей, и смотрѣть, сколько разъ дѣлитель въ отдѣленныхъ знакахъ содержится, что дастъ первой знакъ въ частномъ числѣ. Симъ знакомъ надлежитъ умножить дѣлителя, и произведенїе вычесть изъ отдѣленныхъ знаковъ дѣлимаго числà.

2. Потóмъ, понеже остатокъ долженъ быть меньше, нежели дѣлитель, надлежитъ къ остатку приписать слѣдующей знакъ дѣлимаго числà, и отвѣдывать, сколько разъ дѣлитель въ семъ числѣ содержится, что дастъ второй знакъ частнаго числà.

3. Ежели жъ дѣлитель въ оставшихся и снесенныхъ знакахъ дѣлимаго числà не содержится ни разу: то въ частномъ числѣ поставя нуль, должно еще знакъ взять изъ дѣлимаго числà, и потóмъ дѣлить. Поступая такимъ образомъ и съ прочими знаками дѣлимаго числà, найдется наконецъ искомое частное число: на пр.

24) 65496 | 2729.
48
174
168
69
48
216
216

805) 670894 | 833 $\frac{329}{805}$
6440
2689
2415
2744
2415
329

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Изъ самаго дѣйствїя видно, что найденное число показываетъ, сколько разъ дѣлитель въ тысячахъ, сотняхъ, десяткахъ и единицахъ дѣлимаго числа содержится; слѣдовательно въ частномъ числѣ столько единицъ содержится, сколько въ дѣлимомъ дѣлитель. Почему найденное число будетъ частное число, и данное число на другое данное раздѣлено (§. 74.). ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 81. Не всегда, помощїю таблицы, можно вдругъ узнать, сколько разъ дѣлитель въ отдѣленныхъ дѣлимаго числа знакахъ содержится, а особливо, когда дѣлитель состоитъ изъ многихъ знаковъ. Въ первомъ примѣрѣ хотя таблица и показываетъ, что 2 въ 6 содержится трижды, однакожъ не больше можно взять оное, какъ только дважды, потому что ежели тремя умножишь дѣлителя: то произведенїе будетъ больше, нежели первые знаки дѣлимаго числа. И сїе показываетъ, что дѣлитель содержится меньше, нежели трижды въ отдѣленныхъ знакахъ дѣлимаго числа. Противнымъ образомъ, ежелибы послѣ вычтеннаго произведенїя остатокъ былъ больше, нежели дѣлитель, или ему равенъ: то бы надлежало умножать бо́льшимъ знакомъ, нежели прежде умножено было. Сїе наблюдая съ начала до конца, найдется настоящее частное число.

ЗАДАЧА VIII.

§. 82. *Дѣлить инымъ образомъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Дѣлимое число и дѣлителя напиши обыкновенно.

2. Дѣлителя умножь сперьва на единицу, потомъ на 2, на 3, и такъ далѣе до 9, и произшедшія изъ того произведенія одно подъ другимъ напиши подъ мѣстомъ частнаго числа̀.

3. Изъ дѣлимаго числа̀ возьми столько знаковъ, сколько дѣлитель имѣетъ, и сравнивай оные съ произведеніями дѣлителя, чрезъ что найдется частное число, которое напиши на своемъ мѣстѣ за чертою.

4. Принадлежащее жъ произведеніе дѣлителя, подъ вышепомянутыми знаками дѣлимаго числа̀ подписавъ, изъ оныхъ вычти.

5. Къ остатку снеси слѣдующей знакъ дѣлимаго числа̀, и поступай по прежнему, продолжая такимъ образомъ далѣе, найдется частное число. На пр.

```
175) 385724675 | 2204141
     350                  175 | 1
     ---
      357                 350 | 2
      350                 525 | 3
      ---
        724               700 | 4
        700               875 | 5
        ---
         246             1050 | 6
         175             1225 | 7
         ---
          717            1400 | 8
          700            1575 | 9
          ---
           175
           175
           ---
```

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 83. Сокращеніе дѣленія одно только нужно примѣчать, то есть, сколько нулей при концѣ дѣлителя будетъ находиться, столькожъ знаковъ отдѣлить должно и при концѣ дѣлимаго числа, а по окончаніи дѣленія оные отдѣленные знаки приписать къ остатку. На пр.

```
4(00)26(934(67
    24
     29
     28
      134
```

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 84. Здѣсь можно упомянуть о повѣреніи умноженія. Ибо оно повѣряется чрезъ дѣленіе. Найденное произведеніе должно раздѣлить на множителя, ежели умноженіе здѣлано вѣрно: то частное число будетъ точно множимое число; ежелижъ найденное произведеніе раздѣлено будетъ на множимое число: то частное число будетъ множитель. На пр.

```
 432     23) 9936 (432     432) 9936 (23
  23         92                 864
1296          73                1296
864           69                1296
9936           46
               46
```

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 85. Что касается до повѣренія дѣленія: то оно повѣряется умноженіемъ (§. 78.). Найденное частное число надлежитъ умножить дѣлителемъ, и къ произведенію, естьли случится, придать остатокъ, и

ежели дѣленіе здѣлано вѣрно: то произведеніе будетъ точно дѣлимое число. На пр.

```
254) 15368016 | 60504
     1524
       1280
       1270
         1016
         1016

   повѣреніе
     60504
       254
    242016
   302520
  121008
  15368016

  23)5684 | 247
     46
     108
      92
      164
      161
        3

   повѣреніе
     247
      23
     741
    494
    5681
       3
    5684
```

ГЛАВА

ГЛАВА ТРЕТІЯ.

О ЧИСЛАХЪ ВЪ РАЗНЫХЪ РОДАХЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XV.

§. 86.

Числа въ разныхъ родахъ, или *числа съ наименованіемъ* (Numeri heterogenei) называются, которыя означаютъ части цѣлаго, въ разсужденіи разнаго содержанія, раздѣленнаго. На пр. дни, или сутки, могутъ раздѣлены быть на 24. часа, часы на 60 минутъ: то числа дней и часовъ, будутъ числа разныхъ родовъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVI.

§. 87. *Раздробленіе* (Resolutio) чиселъ въ разныхъ родахъ, есть способъ, чрезъ которой числа различнаго именованія приводятся въ меньшее наименованіе; а когда числа меньшаго именованія обращаются въ числа большаго наименованія: тогда такое дѣйствіе называется *приведеніе* (Reductio).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 88. Изъ чего видно, что *Раздробленіе* чиселъ въ разныхъ родахъ дѣлается чрезъ умноженіе, а *приведеніе* чрезъ дѣленіе.

ЗАДАЧА IX.

§. 89. *Здѣлать раздробленіе чиселъ въ разныхъ родахъ. То есть, разныхъ родовъ числа привести въ самой меньшей.*

РѢШЕНІЕ.

1. Большаго сорта число умножь на части, составляющія тотъ большой сортъ.
2. Къ произведенію придай слѣдующія числа къ томужъ сорту принадлежащія.

3. Продолжая такимъ образомъ далѣе, т. е. умножая каждаго предъидущаго большаго наименованія число на число частей составляющихъ оное, здѣлано будетъ раздробленіе. На пр. 65 пудъ, 36 фунтовъ, 8 лотовъ должно привести въ лоты; поступай слѣдующимъ образомъ:

```
 65 пудъ. — 36 фун. — 8 лот.
 40
 ----
 2600
   36
 ----
 2636 фунты.
   32
 -----
 5272
 7908
 -----
 84352
     8
 -----
 84360 лоты.
```

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Справедливость сего дѣйствія видна изъ Аксіомы, которая въ томъ состоитъ: ежели цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§. 34.): то и сіе число частей чрезъ умноженіе столько разъ должно быть взято, сколько сортовъ того роду содержится въ другомъ. На пр. пудъ содержитъ въ себѣ 40 фун. фунтъ 32 лота, а два пуда 80 фун. и такъ далѣе. ч. н. д.

ЗАДАЧА X.

Изъ числа въ меньшемъ сортѣ представленнаго выключить большіе сорты, т. е. здѣлать приведеніе.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. Данное въ меньшемъ сортѣ число раздѣли на части ближняго предъидущаго сорта.
2. Изъ найденнаго частнаго числа выключай также предъидущей сортъ, т. е. найденное частное дѣли на части числа большаго наименованія;
3. а остатки, которые будутъ оставаться послѣ дѣленій, надлежитъ подписывать на своихъ мѣстахъ, т. е. гдѣ какому остатку стоять прилично. Поступая такимъ образомъ далѣе, будетъ здѣлано *приведеніе.*

На пр. изъ 84360 лотовъ требуется выключить фунты и пуды, найдется желаемое слѣдующимъ образомъ: понеже изъ лотовъ слѣдуетъ сперьва выключить фунты; того ради лоты надлежитъ раздѣлить на 32, потому что одинъ фунтъ содержитъ въ себѣ 32 лота, частное число будетъ 2636 фунтовъ; а понеже изъ выключенныхъ фунтовъ должно еще выключить пуды; того ради фунты должно раздѣлить на 40, потому что одинъ пудъ содержитъ въ себѣ 40 фунтовъ, такимъ образомъ будетъ

```
32) 84360 (2636 фун.      40) 2636 (65 пуд.
    64                        240
    ---                       ---
    203                        236
    192                        200
    ---                        ---
     116                        36 фун.
      96
     ---
     200
     192
     ---
       8 лот.
```

И

И такъ изъ 84360 лотовъ выключено 65 пудъ, да остаточныхъ явилось 36 фун. 8 лот.

ПРИМѢЧАНIЕ 1.

§. 91. Ежели случится изъ многихъ данныхъ меньшихъ сортовъ выключать большiе: то найденныя чрезъ раздѣленiе на части ближняго большаго предъидущаго сорта частныя числа надлежитъ сперьва придавать къ даннымъ предъидущимъ сортамъ и потомъ дѣлить, а съ остатками также поступать, какъ выше сего показано (§. 90.).

ПРИМѢЧАНIЕ 2.

§. 92. *Приведенiе* чиселъ въ разныхъ родахъ можетъ быть здѣлано другимъ способомъ: на пр. когда должно будетъ изъ одного даннаго въ большихъ знакахъ меньшаго сорта выключить прямо большiе сорты по порядку, въ такомъ случаѣ надлежитъ поступать слѣдующимъ образомъ:

1. Тотъ сортъ, какой желаешь выключить изъ даннаго меньшаго сорта, приведи сперьва по раздробленiю (§. 89.) въ такой сортъ, который бы соотвѣтствовалъ меньшему данному сорту, и потомъ дѣли на оной.
2. Частное число напиши на мѣстѣ того сорта, какой выключалъ.
3. А изъ остатка выключай послѣдующей большой сортъ, которой также по раздробленiю напередъ приведи въ соотвѣтствующей меньшому.
4. Поступая такимъ образомъ далѣе, выключены будутъ изъ даннаго меньшаго сорта всѣ желаемые большiе сорты.

На пр. въ 1285672198 полушкахъ спрашивается, много ль будетъ рублей, гривенъ, копѣекъ? найдется слѣдующимъ образомъ:

Рубль

рубль имѣетъ полуш. 400) 1285672198 (3214180 руб.

$$\begin{array}{r} 1200 \\ \hline 856 \\ 800 \\ \hline 567 \\ 400 \\ \hline 1672 \\ 1600 \\ \hline 721 \\ 400 \\ \hline 3219 \\ 3200 \\ \hline \end{array}$$

гривна имѣетъ полуш. 40 | 198 | 4 грив.
| 160 |

копѣйка имѣетъ полуш. 4 | 38 | 9 копѣй.
| 36 |

2 полуш.

и такъ изъ меньшаго сорта, т. е. изъ 1285672198 полушекъ выключено 3214180 рублей, 4 гривны, 9 копѣекъ, и остаточныхъ 2 полушки.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 93. Изъ чего видно, что приведенїе и раздробленїе чиселъ въ разныхъ родахъ суть два между собою противныя дѣйствїя. Ибо одно изъ нихъ представляетъ части цѣлаго въ меньшихъ сортахъ, а другое въ большихъ. Почему, въ разсужденїи повѣренїя, одно вмѣсто другаго служить можетъ, т. е. раздробленїе можно повѣрить приведенїемъ, а приведенїе раздробленїемъ.

ЗАДАЧА XI.

§ 94. Чи́сла въ разныхъ родахъ данныя сложить.

РѢШЕНІЕ.

Сложенїе въ разныхъ родахъ сходствуетъ съ простымъ сложенїемъ, только тѣмъ разнствуетъ, что въ сложенїи простомъ

ска-

складываются единицы съ единицами; а здѣсь должно поступать такимъ образомъ: каждой сортъ съ подобнымъ ему сортомъ надлежитъ складывать, т. е. са́мой меньшей сортъ съ меньшимъ, и какъ въ сложенiи простомъ лишекъ сверьхъ девяти придается къ десяткамъ, а сверьхъ десяти къ сотнямъ (§. 45), и такъ далѣе: такимъ образомъ и при сложенiи чиселъ въ разныхъ родахъ надлежитъ поступать, только съ тою отмѣною, что здѣсь лишекъ сложеннаго котораго ни будь сорта, позна́ется чрезъ дѣленiе, т. е. когда сумма онаго, естьли будетъ превышать знаменованiе предъидущаго сорта, раздѣлена будетъ на оное знаменованiе: тогда произойдетъ частное число, показывающее излишество сложеннаго сорта, которой почему и придается къ предъидущему сорту; а остатки, какiе будутъ послѣ дѣленiй, подписываются подъ тѣми сортами, которые были складываемы. Такимъ образомъ поступая, всѣ сорты будутъ сложены, и желаемая сумма найдется. На пр.

100 руб.	8 грив.	9 коп.	3 полуш.
15	1	6	2
29	5	5	1
145	6	1	2

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 95. Какъ въ сложенiи простомъ начинаешь сперьва складывать единицы съ единицами, десятки съ десятками, (§. 45.), и такъ далѣе, равнымъ образомъ и при сложенiи чиселъ въ разныхъ родахъ надле-

надлежитъ поступать, т. е. должно складывать каждой сортъ съ подобнымъ ему сортомъ, начиная отъ правой руки къ лѣвой.

ЗАДАЧА XII.

§. 96. *Вычесть числа въ разныхъ родахъ изъ другихъ данныхъ такогожъ свойства.*

РѢШЕНІЕ.

Вычитаніе чиселъ въ разныхъ родахъ также дѣлается, какъ и простое вычитаніе, только тѣмъ разнствуетъ отъ простаго вычитанія, что здѣсь занятая отъ большаго сорта единица не значитъ десять, но столько, сколько большей сортъ меньшаго въ себѣ содержитъ. На пр. занятая къ фунтамъ изъ пудовъ единица, будетъ значить въ фунтахъ 40; а занятая къ золотникамъ изъ фунтовъ единица значитъ въ золотникахъ 96; и такъ далѣе. На пр.

8 пуд.	15 фун.	28 лот.
2	20	44
5	34	16

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 97. Видно, что вычитаніе чиселъ въ разныхъ родахъ имѣетъ сходство съ выдачею денегъ, когда большой сортъ размѣнивается, естьли мѣлкихъ столько не доставать будетъ, сколько надлежало выдать.

ЗАДАЧА XIII.

§. 98. *Данныя числа въ разныхъ родахъ на другое данное умножить.*

РѢШЕНІЕ.

1. Сперьва надлежитъ здѣлать раздробленіе, (§. 89.), то есть, множимое число, изъ

раз-

разныхъ сортовъ состоящее, должно привести въ меньшей сортъ, и послѣ того умножить на данной множитель.

2. Изъ произшедшаго такимъ образомъ произведенія надлежитъ выключить по порядку, въ силу приведенія (§. 90), вышшіе сорты, чѣмъ и кончится дѣйствіе.

3. Ежели множитель также будетъ данъ въ разныхъ сортахъ: то надлежитъ привести и оной въ такой сортъ, въ какой приведено будетъ множимое число, и потомъ одно на другое умножать. На пр.

45 пуд. —— 28 фун. — 72 золот.
× на 5

45 288 пуд. — 23 фун. — 72 зол.
40
1800
28
1828
96
10968
16452
175488
72
175560
5
877800

и такъ вышло въ произведеніи 288 пуд. 23 фун. 72 зол. т. е. произведеніе 877800 зол. раздѣлено на 96 зол. и вышло въ частномъ числѣ 9143 фун. да въ остаткѣ 72 зол. которые и подписаны подъ золотниками,

никами, потомъ 9143 фун. раздѣлены на 40 фун. и вышло 228 пудъ, которые и подписаны подъ пудами, да въ остаткѣ сверьхъ того явилось 23 фун. которые также подписаны подъ фунтами.

ДРУГОЕ РѢШЕНІЕ.

Короче можно здѣлать умноженіе чиселъ въ разныхъ родахъ такимъ образомъ: т. е. когда каждыхъ сортовъ числа порознь умножены будутъ на данной множитель, и изъ произведній выключены будутъ по приведенію предъидущіе сорты. (§. 91.). на пр.

45 пуд — 28 фун. — 72 зол.
× на 5

228 ——— 23 ——— 72

Т. е. сперьва умножь 72. зол. на 5, изъ произведенія 360. зол. выключи фунты, т. е. раздѣли на 96 зол. такимъ образомъ выдетъ 3 фун. которые должно придать къ фунтамъ, а остаточные 72 зол. подписать подъ мѣстомъ, на которомъ находятся золотники; потомъ умножь 28 фун. на 5, выдетъ 140 фун. да выключенные 3 фун. будетъ 143 фун. изъ оныхъ выключи пуды, т. е. раздѣли на 40, выдетъ 3 пуд. которые должно придать къ пудамъ, а остаточные 23 фун. подписать подъ фунтами, наконецъ 45 пудъ умножь на 5 выдетъ 225, да остаточныхъ 3, будетъ 228 пуд. которые надлежитъ и подписать подъ пудами. Такимъ образомъ будетъ произведеніе = 228 пуд. 23 фун. 72 золотника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Первое рѣшенїе видно изъ раздробленїя чиселъ въ разныхъ родахъ, и изъ умноженїя чиселъ одинакаго роду, а другое изъ опредѣленїя умноженїя (§. 60.). Ибо все равно, хотя части цѣлаго порознь умножены будутъ, хотя всѣ вмѣстѣ; по тому что цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§ 34.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 99. Слѣдовательно оба способа умноженїя чиселъ въ разныхъ родахъ суть справедливы. Ибо, что вышло изъ перваго рѣшенїя, тоже точно произошло и изъ втораго рѣшенїя, т. е. 228 пуд. 23 фун. 72 золотника.

ЗАДАЧА XIV.

§. 100 *Числа въ разныхъ родахъ данныя на другое данное раздѣлить.*

РѢШЕНІЕ.

1. Тоже и здѣсь должно наблюдать, что и при умноженїи было наблюдаемо; т. е. дѣлимое число надлежитъ привести по раздробленїю въ самой меньшей сортъ, (§ 89.) и потомъ дѣлить на данной дѣлитель. (§. 80.).

2. Изъ найденнаго частаго числа надлежитъ выключить по приведенїю предъидущїе сорты (§. 90.). Такимъ образомъ извѣстно будетъ каждаго сорта частное число. На пр.

264 пуд. — 38 фун. — 30 лот.
:на 4

66 — 9 — 23

```
   264
    40 фунты.
 10560
    38
 10598
    32 лоты.
 21196
31794
339136
    30
4)339166(84791 лот.
```

И такъ вышло частное число 84791 лот. изъ котораго выключены потомъ предъидущие сорты, т. е сперьва частное число раздѣлено на 32, вышло 2649 фун. да остаточныхъ 23 лот. которые и подписаны подъ лотами; потомъ изъ 2649 фун. выключены пуды, т. е. раздѣлены на 40, вышло 66 пудъ, которые и подписаны подъ пудами, да остаточныхъ 9 фун. которые также подписаны на своемъ мѣстѣ, т. е. подъ фунтами, какъ изъ приложеннаго примѣра видно.

ДРУГОЕ РѢШЕНІЕ.

Не приводя дѣлимаго числа по раздробленію въ самой меньшей сортъ, должно дѣлить порознь каждые сорты на данное число. Естьлижъ которой ни будь сортъ дѣлимаго числа раздѣлить не можно будетъ на

данное число: то оной сортъ почитается за остатокъ, и по раздробленію приводится въ слѣдующей сортъ, и съ онымъ будучи сложенъ, дѣлится потомъ на тожъ данное число. Такимъ образомъ выдутъ на конецъ каждаго сорта порознь частныя числа, и сіе рѣшеніе предпочитается передъ первымъ. На пр.

264 пуд. —	38 фун. —	30 лот.
	раздѣл: на	4
66 —	9 —	23

То есть, сперьва раздѣлены 264 пуд. на данное число 4, частное число 66 пуд. подписано подъ пудами; потомъ 38 фун. раздѣлены на 4, въ частномъ числѣ вышло 9 фун. которые и подписаны подъ фунтами; а понеже послѣ того дѣленія осталось еще 2 фун. которые не взошли въ раздѣленіе; то оные приведены по раздробленію въ меньшей сортъ, т. е. въ лоты, и съ оными, т. е. 30 лот. будучи сложены, составили сумму 94 лот. которые потомъ также раздѣлены на 4, и вышло наконецъ въ частномъ числѣ 23 лота, кои и подписаны подъ лотами, да сверьхъ того въ остаткѣ 2 лота, которые понеже не взошли въ раздѣленіе: то такъ оставляются, а во время повѣренія придаются. Такимъ образомъ произошли каждаго порознь сорта частныя числа, 66 пудъ, 9 фунтовъ, 23 лота, какъ видно изъ приложеннаго примѣра.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 101. Что касается до повѣренія умноженія и дѣленія чиселъ въ разныхъ родахъ: то также

дѣлается

дѣлается оное, какъ умноженія и дѣленія чиселъ одного роду, т. е. умноженіе повѣряется дѣленіемъ, а дѣленіе умноженіемъ (§. 84).

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 102. А чтобы способнѣе можно было чиселъ въ разныхъ родахъ состоящихъ дѣлать рѣшеніе: то не безполезно знать слѣдующее:

О времени.

Вѣкъ содержитъ въ себѣ	100 лѣтъ, или годовъ
Годъ - - - -	12 мѣсяцовъ.
Ординарной мѣсяцъ -	30 дней, или сутох.
Недѣля - - -	7 дней.
День - - - -	24 часа.
Часъ - - - -	60 минутъ.
Минута - - -	60 секундъ.
Секунда - - -	60 терцій.
Простой годъ - -	365 дней.
Високосной годъ -	366 дней.

О мѣрѣ протяженія.

Нѣмецкая миля -	7 верстъ.
Верста - - -	500 саженъ.
Сажень - - -	3 аршина, или 7 футовъ Аглинскихъ.
Футъ - - -	12 дюймовъ.
Дюймъ - - -	12 линей.
Аршинъ - - -	16 вершковъ.

О мѣрѣ жидкихъ тѣлъ.

Бочка - -	40 ведръ.
Ведро - -	8 кружекъ.
Кружка - -	12 чарокъ, а иные полагаютъ 40 чарокъ.
Чарка - -	500 капель.

или

Ведро имѣетъ	-	2 полуведра.
Полведра	-	2 четверти.
Четверть	-	2 осьмухи, или штофа.
Осьмуха, или штофъ		2 кружки.

О мѣрѣ хлѣбной.

Ластъ	- -	12 четвертей.
Четверть	-	2 осьмины.
Осьмина	- -	4 четверика.
Четверикъ	-	8 гарцовъ.

О вѣсахъ.

Берковецъ	- -	10 пудъ.
Пудъ	- -	40 фунтовъ.
Фунтъ	- -	32 лота, или 96 золотниковъ.
Лотъ	- - -	3 золотника.

Аптекарской вѣсъ.

Фунтъ, или либра		12 унцій.
Унція	- -	8 драхмъ, или 6 золот.
Драхма	- -	3 скрупеля.
Скрупель	- -	20 грановъ.
Двѣ драхмы	-	$1\frac{1}{2}$ золотника.

Въ Нѣмецкой землѣ.

Серебряной вѣсъ.

Марка	- - -	16 лотовъ.
Лотъ	- - -	18 грановъ.

Во Франціи.

Марка	- - -	12 деніеровъ.
Деніеръ	- -	24 грана.

Золотой вѣсъ.

Марка	- - -	24 краты.
Крата	- - -	12 грановъ.

Естлян-

Въ Эстляндіи и Лифляндіи.

Шифъ-фунтъ имѣетъ	20	лисъ фунтовъ, или 4 лофа.
Ластъ - - -	12	шифъ-фунтовъ, или 48 лосфовъ.
Лофъ - - -	5	лисъ фунтовъ.
Лисъ фунтъ -	20	фунтовъ.
Фунтъ - - -	16	унцій, или 32 лота.
Унція - - -	2	лота.
Лотъ - - -	4	квинтеля, или драх.
Цейтнеръ - -	120	фунтовъ.
Тонна - -	240	фунтовъ.

Въ Голландіи.

Шифъ-фунтъ	20	лисъ-фунтовъ.
Лисъ-фунтъ	15	фунтовъ.
Штеинъ -	8	фунтовъ.
Фунтъ -	2	марки, или 16 унцій, или 32 лота.
Марка -	8	унцій, или 16 лотовъ.
Унція -	2	лота, или 20 энгелевъ.
Лотъ -	10	энгелевъ.
Энгель -	32	асса.

Въ Англіи.

При свѣшиваніи тяжелыхъ и простыхъ товаровъ употребляется вѣсъ Аверъ-дюпоа называемой, котораго раздѣленіе есть слѣдующее:

Тонна - - -	20	цейтнеровъ.
Цейтнеръ - -	112	фунтовъ.
Фунтъ - - -	16	унцій.
Унція - - -	8	драхмъ.
Драхма - -	3	скрупуля.

Въ Нѣмецкой землѣ.

При свѣшиванїи тяжелыхъ и простыхъ товаровъ употребляется раздѣленїе Ниренбергскаго фунта, котораго есть слѣдующее:

Фунтъ имѣетъ -	2 марки, или 16 унцїй, или 32 лота.
Лотъ - - -	4 драхмы.
Драхма - -	4 фенинга.
Фенингъ - -	4 геллера.
Марка - - -	8 унцїй.
Унцїя - - -	2 лота.
Лотъ - - -	4 квинтеля.
Квинтель - -	4 фенинга.
Фенингъ - -	4 геллера.

При свѣшиванїи же мѣлкихъ товаровъ, а особливо серебра или золота употребляется раздѣленїе Кельнскаго фунта, котораго есть слѣдующее:

Фунтъ -	2 марки, или 16 унцїй.
Марка -	8 унцїй.
Унцїя -	2 лота, или 8 драхмъ.
Лотъ -	4 квинтеля, или 4 драхмы.
Квинтель	4 фенинга.
Фенингъ -	15 гранъ.

Во Францїи.

Фунтъ - -	2 марки.
Марка - -	8 унцїй.
Унцїя - -	8 гроссовъ.
Гроссъ - -	3 денїера.
Денїеръ - -	24 грена.
Гренъ - -	42 Гароба, или прима.
Гаробъ, или примъ	24 секунды.
Секунда - -	24 терцїи, или малока.

Въ

Въ Саксоніи.

Фунтъ	- -	2 марки, или 16 лотовъ, или 24 карата.
Марка	- -	8 унцій.
Унція	- -	3 карата.
Каратъ	- -	4 грана.
Гранъ	- -	3 грена.
Лотъ	- -	18 греновъ.

Всякаго круга, какой бы онъ ни былъ величины, окружность раздѣляется на 360 равныхъ частей, которыя градусами называются, по чему

Градусъ имѣетъ		60 минутъ.
Минута	- -	60 секундъ.
Секунда	- -	60 терцій и проч.

Градусъ въ другихъ случаяхъ раздѣляется также на слѣдующія части:

Градусъ	- -	15 миль.
Миля	- - -	7 верстъ.
Верста	- -	500 саженъ и проч.

О Россійскихъ деньгахъ.

Имперіалъ	-	10 рублей.
Полуимперіалъ		5 рублей.
Червонецъ	-	2 рубли.
Рубль	- -	2 полтины.
Полтина	-	2 полуполтинника, или 5 гривенъ.
Полуполтинникъ		25 копѣекъ.
Гривна	- -	10 копѣекъ.
Алтынъ	-	3 копѣйки.
Грошъ	- -	2 копѣйки.
Копѣйка	-	2 деньги.
Деньга	- -	2 полушки.

Въ Нарпѣ, Репелѣ и Дерптѣ.

Употребляются слѣдующїя деньги:

Реихсталеръ - - 64 вейссена = 80 коп.
Реихсталеръ ходячей 52 вейссена = 65 коп.
Вейссенъ - - - - - - = 1¼ коп.
Шведской каролинъ 20 вейссеновъ = 25 коп.

Въ Ригѣ.

Реихсталеръ. 3 гульдена = 105 коп. или 15 албертъ - марковъ, или 90 грошей.
Гульденъ - 5 марковъ = 35 коп. или 30 грошей.
Маркъ - - 4 ферднига = 7 коп. или 6 грошей.
Фердингъ - 1½ гроша = 1¾ коп.

Въ Голландїи.

Здѣсь употребляются деньги курантъ и банко, но только банковыя деньги всегда выше, нежели курантъ или касса; ибо оныхъ всегда 5 на 100 считается, по чему

Гульденъ 20 штиб. 40 кур. 42 бан. или 40 фенинг. флам. или гротовъ.
Штиверъ - 16 Голланд. фенинг. 2 кур. $2\frac{1}{10}$ бан. или 8 дюйтовъ, или 2 фенинг. фламскихъ.
Флам. фенинг. 8 фенинговъ Голландскихъ.
Шилинг. флам. 6 штив. 12 кур. 12 бан. или 12 фенинг. флам.
Реихсталеръ 50 штиб. 100 кур. 105 бан. или 100 фенинг. флам.
Флам. фунт. 120 шти. 240 кур. 252 бан. или 20 шилинг. флам. или 6 гульд.
Дюйтъ - 2 фенинг. Голланд. ¼ кур.
Дукатъ - 210 кур. 220½ бан.

Въ

Въ сравненіи съ Россійскими деньгами.

Фламской фенингъ будетъ	1 копѣйка
Рейхсталеръ - - -	100 коп.
Червонецъ - - -	210 коп.
Гульденъ - - - -	40 коп.
Штиберъ - - - -	2 коп.
Фенингъ Голландской -	$\frac{1}{8}$ коп.
Фунтъ фламской - -	240 коп.
Шилингъ ——— - -	12 коп.

Въ Англіи.

Фунтъ штерлин.	4 крона	= 440 коп. или 20 шилинг. штерлинговъ.	
Кронъ - -	5 шилин. штер.	= 110	коп.
Шилинг. штер.	12 фенин. штер	= 22	коп.
Гинея - -	2 $\frac{1}{2}$ шилин. штер	= 473	коп.
Гратъ - -	4 фенин. штер.	= $7\frac{1}{3}$	коп.
фенинг. штерлин.	4 фердинга	= $1\frac{5}{6}$	коп.
Фердингъ . - - - - -		= $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$	коп.
		или = $1\frac{5}{6}$	пол.

Въ Гамбургѣ и Любекѣ.

Здѣсь также употребляются какъ и въ Голландіи курантъ и банко, но только съ такою отмѣною, что въ банковыхъ деньгахъ 16 процентовъ на 100 считается, по чему

Маркъ -	16 Люб. шил.	30 кур.	$34\frac{5}{6}$ бан.
Любской шил.	72 Люб. фен.	$1\frac{7}{8}$ кур.	
Флам. шилингъ	6 Люб шил.	$11\frac{1}{4}$ кур.	
Талеръ -	3 марка -	90 кур.	$104\frac{1}{2}$ бан.
Вексел. талеръ	2 марка -	60 кур.	$69\frac{3}{5}$ бан.
Флам. фунтъ	120 Люб. шил.	225 кур.	261 бан.
	или 20 шилинг. флам.		

Въ

Въ Саксонгіи и Брандебургіи.

Талеръ - - 24 гутенъ гроша $= 78$. коп.
Гутенъ-грошъ 12 фенинговъ $= 3\frac{1}{4}$. коп.
Цвей-дриттель-штикъ, или двутретная штука 16 гутенъ гроша $= 52$ коп.
Дрейэръ - - 3 фенинга.

Въ Брауншпейгѣ и Люнебургѣ.

Талеръ - 36 маріэнъ-гроша $= 78$ коп.
Маріэнъ-грошъ 8 фенинговъ $= 2\frac{1}{6}$ коп.
Также
Талеръ - 24 гутенъ-гроша.
Гутенъ-грошъ 12 фенинговъ $= 2\frac{1}{4}$ коп.
или $1\frac{1}{2}$ маріэнъ грошъ.

Въ Бременѣ.

Татеръ - 72 грота $= 78$ коп.
Гротъ - 4 фенинга $= 1\frac{1}{21}$ коп.

Въ Франкфуртѣ при Майнѣ.

Талеръ - - 90 крейцеровъ $= 75$ коп.
Крейцеръ - - 4 фенинга $= \frac{5}{6}$ коп.
Талеръ - - $2\frac{1}{2}$ гульдена.
Гульденъ - - 60 крейцеровъ $= 50$ коп.
или 15 баценовъ.
Баценъ - - 4 крейцера $= 3\frac{1}{3}$ коп.
или 2 албуса.
Албусъ - - 2 крейцера $= 1\frac{2}{3}$ коп.
Копфъ-штикъ 20 крейцеровъ.
Кейзеръ-грошъ 3 крейцера $= 2\frac{1}{2}$ коп.
100 крейцеровъ кур. 82 вексель крейц.

Въ Бреслаплѣ и Шлезіи.

Талеръ - 30 кейзеръ-гроша $= 75$ коп.
или шилинговъ.

Кей-

Кейзеръ - грошъ	3 крейцера	= $2\frac{1}{2}$ коп.
	или 4 грешеля.	
Крейцеръ	4 фенинга	= $\frac{3}{6}$, или $\frac{1}{3}$ коп.
Грешель -	3 фенинга.	

Въ Вѣнѣ, Ниренбергѣ, Аусбургѣ, Австріи, Франконіи и въ Швабіи.

Гульденъ - -	60 Крейцеровъ	= 50 коп.
	или 15 баценовъ	
Крейцеръ - -	4 фенинга	= $\frac{5}{6}$ коп.
Талеръ - - -	90 крейцеровъ	= 75 коп.
Баценъ - -	4 крейцера	= $3\frac{1}{3}$ коп.
Кейзеръ - грошъ -	3 крейцера	= $2\frac{1}{2}$ коп.

Въ Гданскѣ, Кенингсбергѣ и Пруссіи.

Гульденъ - - -	30 грош.	= 26 коп.
Талеръ - - -	3 гульдена	= 78 коп.
	или 90 грошей.	
Грошъ - - -	3 шилинга	= $\frac{13}{15}$ коп.
Шилингъ - -	6 фениговъ.	
Тимфъ - - -	18 грош.	= $15\frac{3}{5}$ коп.

Сіи денги здѣсь употребляемыя называются Польскими деньгами.

Во Франціи.

Ливръ (фунтъ) -	20 соль, или су	= 20 коп.
Су - - - -	12 деніэровъ	= 1 коп.
Экю - - - -	3 ливра	= 60 коп.
	или, 60 су.	

Старой луйдоръ, или золотая монета 375 коп.
Новой луйдоръ - - - - - - 448 коп.
Луй-бланкъ, серебряная монета 102 коп.

Въ Италіи.

Скуди - -	20 сольдовъ	= 94 коп.
Сольдъ - -	12 деніэровъ	= $4\frac{7}{10}$ коп.

Деніэръ

Деніэръ - - $= \frac{47}{100}$ коп. или $1\frac{17}{30}$ полуш.
Венеціанской банковой дукатъ = 90 коп.
Лирь-Курантъ простой - = $15\frac{3}{4}$ коп.

Въ Дацкой землѣ.

Талеръ - -	6 марковъ	=	90 коп.
Маркъ - -	16 шилинговъ	=	15 коп.
Шилингъ -	12 фенинговъ	=	$\frac{15}{16}$ коп.
Дацкая Крона -	2 марки Любскихъ	=	60 коп.
Любская марка -	2 марки Дацкихъ	=	30 коп.

Въ Швеціи.

Серебряной талер.	4 серебрян. марок.	=	36 коп.
Серебряная марка	8 серебрян. эровъ	=	9 коп.
Мѣдной талеръ	4 мѣдныхъ марок.	=	12 коп.
Мѣдная марка -	8 мѣдныхъ эровъ	=	3 коп.
Серебряной талер.	3 талера мѣдныхъ		
Эръ серебряной	- - - -	=	$1\frac{1}{8}$ коп.
Эръ мѣдной	- - - - -	=	$\frac{3}{8}$ коп.

Въ Гишпаніи.

Мареведисъ - - - -	=	$\frac{9}{25}$ коп.
25 мареведисовъ - - -	=	7 коп.
Реалъ - - - - -	=	$9\frac{1}{2}\frac{2}{5}$ коп.
Пезо-доппо - - -	=	$95\frac{1}{5}$ коп.
Пистоль - - - - -	=	$380\frac{4}{5}$ коп.

Въ Португалліи.

Крусадо содержащей 400 рейсовъ	=	48 коп.
Крусадо маркиртеръ, т. е. клейменой	=	60 коп.
Пистоль - - - - -	=	360 коп.
Патаконъ - - - - -	=	72 коп.
Пезо-доппо Гишпанской -	=	80 коп.
Тестонъ - - - - -	=	12 коп.
Реаль - - - - -	=	$4\frac{4}{5}$ коп.
Рее - - - - - -	=	$\frac{3}{25}$ коп.

Сра-

Сравненіе Россійскаго вѣсу съ иностраннымъ.
Одинъ пудъ, или 40 фунтовъ Россійскихъ дѣлаютъ

Въ Авиньонѣ тамошнихъ фунтовъ	$38\frac{56}{100}$
— Александріи, въ Египтѣ -	$26\frac{346}{1000}$
— Аликантѣ - - - -	$33\frac{60}{100}$
— Амстердамѣ - - -	$32\frac{64}{100}$
— Анконѣ - - - -	$47\frac{68}{100}$
— Антверпенѣ - - -	$32\frac{60}{100}$
— Аугсбургѣ - - - -	$32\frac{96}{100}$
— Базелѣ - - - -	$31\frac{36}{100}$
— Батавіи, въ Индіи - -	$26\frac{566}{1000}$
— Бергамѣ - - - -	$54\frac{8}{100}$
— Бергенѣ - - - -	$35\frac{52}{100}$
— Бононіи - - - -	$48\frac{32}{100}$
— Бременѣ - - - -	$32\frac{96}{100}$
— Бреславлѣ - - - -	40
— Бриггѣ - - - -	$33\frac{92}{100}$
— Валенціи - - - -	$50\frac{72}{100}$
— Венеціи - - - -	$53\frac{12}{100}$
— Галленѣ - - - -	$31\frac{36}{100}$
— Гамбургѣ - - - -	$32\frac{64}{100}$
— Гданскѣ - - - -	$35\frac{95}{100}$
— Гелдернѣ - - - -	$33\frac{60}{100}$
— Гентѣ - - - - -	$35\frac{84}{100}$
— Генуѣ - - - - -	48
— Дорникѣ - - - -	$36\frac{16}{100}$
— Женевѣ - - - -	$28\frac{57}{100}$
— Ипернѣ - - - -	$36\frac{48}{100}$
— Кадиксѣ - - - -	$33\frac{28}{100}$
— Каирѣ - - - - -	$35\frac{80}{100}$
— Кельнѣ - - - -	$33\frac{28}{100}$
— Кенингсбергѣ - - -	40
— Китаѣ - - - -	$25\frac{60}{100}$

Въ

ъ Константинополѣ	$28\frac{16}{100}$
—— Копенгагенѣ	$32\frac{32}{100}$
—— Кутраѣ	$35\frac{84}{100}$
—— Лейпцигѣ	$33\frac{60}{100}$
—— Ливорнѣ	$46\frac{40}{100}$
—— Лиллѣ	$36\frac{48}{100}$
—— Лиссабонѣ	$36\frac{48}{100}$
—— Литтихѣ	$33\frac{60}{100}$
—— Лїонѣ	$37\frac{20}{100}$
—— Лондонѣ малой вѣсъ	$35\frac{4}{100}$
—————— большой вѣсъ	$31\frac{4}{100}$
—— Любикѣ	$33\frac{60}{100}$
—— Мадритѣ	$33\frac{60}{100}$
—— Мантуѣ	56
—— Марселѣ	$39\frac{25}{100}$
—— Медїоланѣ	$53\frac{76}{100}$
—— Мексикѣ	$52\frac{48}{100}$
—— Миттельбургѣ	$33\frac{60}{100}$
—— Моденѣ	$48\frac{32}{100}$
—— Монсѣ	$33\frac{60}{100}$
—— Монтпельерѣ	$38\frac{56}{100}$
—— Нантесѣ	$31\frac{68}{100}$
—— Наумбергѣ	$33\frac{60}{100}$
—— Неаполѣ	$54\frac{8}{100}$
—— Ниренбергѣ	$31\frac{36}{100}$
—— Парижѣ	——
—— Реджїѣ	$48\frac{32}{100}$
—— Ригѣ	$31\frac{20}{100}$
—— Рошеллѣ	$31\frac{68}{100}$
—— Руанѣ	$30\frac{72}{100}$
—— Сарагоссѣ	$50\frac{72}{100}$
—— Севилїи	$32\frac{92}{100}$
—— Сїамѣ	$25\frac{60}{100}$
—— Смирнѣ	$28\frac{16}{100}$

Сток-

въ Стокгольмѣ - - - -	$37\frac{44}{100}$
—— Торгозѣ - - - -	$51\frac{52}{100}$
—— Тулузѣ - - - -	$37\frac{76}{100}$
—— Тунисѣ - - - -	$28\frac{48}{100}$
—— Туринѣ - - - -	$48\frac{32}{100}$
—— Уденардѣ - - - -	$35\frac{84}{100}$
—— Флоренцїи - - - -	$48\frac{64}{100}$
—— Франкфуртѣ при рѣкѣ Майнѣ	$31\frac{36}{100}$
—— Штетинѣ - - - -	$32\frac{32}{100}$

Сравненїе Россїйской мѣры съ иностранною мѣрою.

Россїйскихъ 100 аршинъ дѣлаютъ

Въ Китаѣ тамошнихъ аршинъ -	206
—— Швецїи - - - - -	$121\frac{1}{4}$
—— Голландїи - - - -	$105\frac{1}{2}$
—— Англїи - - - - -	78
—— Данїи - - - - -	$118\frac{3}{4}$
—— Гданскѣ и Польшѣ - -	$126\frac{3}{4}$
—— Ниренбергѣ - - - -	$109\frac{1}{4}$
—— Португаллїи - - - -	$64\frac{1}{4}$
—— Гишпанїи - - - - -	$83\frac{1}{4}$
—— бреславлѣ - - - -	128
—— Францїи - - - - -	$61\frac{2}{3}$
—— Нидерландахъ - - - -	$126\frac{3}{4}$
—— Гамбургѣ, Любекѣ, Франкфуртѣ, Лейпцигѣ и Кельнѣ -	125
—— базелѣ, Кенигсбергѣ, Аусбургѣ	127
—— Италїи - - - - -	$113\frac{3}{4}$
Общей шагъ равняется Реинландскимъ	$2\frac{1}{2}$ фут.
Геометрической же - - -	5 фут.

Одинъ градусъ окружности земной содержитъ въ себѣ,

Италïанскихъ		60	миль
Турецкихъ			
Бононскихъ		$72\frac{1}{4}$	——
Аглинскихъ	большихъ	$27\frac{1}{2}$	——
	среднихъ	48	——
	малыхъ	60	——
Нѣмецкихъ		15	——
Венгерскихъ		10	——
Унгарскихъ			
Реинландскихъ		$21\frac{16}{19}$	——
Шотландскихъ		50	——
Голландскихъ		19	——
Дацкихъ		10	——
Ирландскихъ		48	——
Швейцарскихъ		10	——
Норвежскихъ			
Польскихъ		20	——
Гишпанскихъ		$17\frac{1}{2}$	——
Шведскихъ		$11\frac{2}{17}$	——
Гельвецкихъ			
Французскихъ	большихъ	20	——
	среднихъ	25	——
	малыхъ	30	——
Персидскихъ	парасанговъ	30	
Индѣйскихъ	коссъ	25	
	госъ	$12\frac{1}{2}$	
Китайскихъ	лы	250	
	пу	25	
Арапскихъ	большихъ	29	
	среднихъ	$56\frac{2}{3}$	
Португальскихъ	легуасъ	$28\frac{1}{5}$	
	часовъ бѣгу	20	

Япон-

Японскихъ мѣръ	- - -	20
Россійскихъ верстъ	- -	$104\frac{3336}{4375}$
- - - - или	- -	$52381\frac{1}{4}$ саж.
Римскихъ стадій	- - -	630

Сравненіе между собою разныхъ въ Европѣ употребляемыхъ футовъ.

Парижской тоазъ содержитъ въ себѣ 6 Парижскихъ футовъ, а каждой футъ имѣетъ 12 линѣй, линѣя раздѣляется на 10 пунктовъ, называемыя части, которыхъ содержитъ

Парижской футъ	1440	Лондонской -	1350
Римской - -	1320	Реинландской	1391
Шведской - -	1320	Дацкой - -	1403
Венеціанской -	1540	Булонской -	1686
Страсбургской	1283	Ниренбергской	1347
Гданской - -	1271	Голландской	1320
Флорентинской	2580	Лейденской -	1390
А Россійской аршин.	3150		

Вѣсъ какого ни будь количества мѣди, къ равному количеству слѣдующихъ металловъ есть въ содержаніи:

Къ золоту - - - какъ 9000 къ	19640
— ртути - - - - - -	14000
— свинцу - - - - - -	11325
— серебру - - - - - -	11091
— желѣзу - - - - - -	7645
— олову - - - - - -	7320
— дождевой водѣ - - -	1000

Сравненїе фунтовъ въ другихъ государствахъ употребляемыхъ съ Кельнскимъ фунтомъ.

Одинъ фунтъ вѣситъ.

Въ Ахенѣ и Ульмѣ -	32 лот. 2 фенинга, или денїэра.
— Амстердамѣ -	33 лот. 3 квинтеля, или драхмы.
— Архангельс. городѣ	27 лот. 3 квинтеля, 3 фенинг.
— Базелѣ - - -	32 лот. 2 фенин. 6 гран.
— Берлинѣ, Магдебургѣ въ Циттау	32 лот. 1 фенин. 2 гран.
— Болонїи - -	24 лот. 3 кви. 1 фе. 3 гр.
— Бриссел<ѣ - -	32 лот. 2 фенин.
— Бреславлѣ и Краковѣ - - -	27 лот. 3 квин. 7 гран.
— Бурдо - - -	33 лот. 2 квин. 3 фен.
— Кадиксѣ, Шаугаузенѣ и Малагѣ	31 лот. 2 квин.
— Кельнѣ и Брауншвейгѣ - -	32 лот.
— Копенгагенѣ - -	32 лот. 2 фени. 6 гран.
— Сальцбургѣ - -	38 лот. 1 квин. 2 фен.
— Гданскѣ - -	29 лот. 3 кв. 1 фен. 8 гра.
— Флоренцїи - -	23 лот. 1 квин. 1 гран.
— Франкфуртѣ при Майнѣ - - -	32 лот. 3 гран.
— Женевѣ - - -	31 лот. 2 кв. 3 фен. 3 гр.
— Гамбургѣ - -	33 лот. 1 квин.
— Аусбургѣ боль. вѣс.	33 лот. 2 кв. 3 фен. 3 гр.
——— малой вѣсъ	32 лот. 1 кв. 2 фен. 6 гр.
— Кенигсбер. ста. вѣс.	26 лот. 1 фенин.

Въ

ВЪ Кенигсбер. нов. вѣс	32 лот. 1 фенин.		
— Лїонѣ - - -	28 лот. 2 квин.	3 фен.	
— Ливорнѣ - -	23 лот. 1 кв. 1 фе.	10 гр.	
— Лиссабонѣ - -	31 лот. 1 кв. 3 фе.	7 гра.	
— Лондонѣ - -	30 лот. 3 кв. 3 фе.	9 гра.	
— Любекѣ - - -	33 лот. 2 фенин.		
— Люнебургѣ - -	33 лот. 1 кв. 1 фе.	5 гра.	
— Неаполѣ - -	29 лот. 1 фенин.	8 гран.	
— Ниренбергѣ - -	34 лот. 3 кви.	3 фенин.	
— Парижѣ - -	33 лот. 2 кви.	1 фенин.	
— Санктпетербургѣ	28 лот. 3 гран.		
— Прагѣ - - -	35 лот. 3 фен.	5 гран.	
— Ригѣ - - -	28 лот. 2 кв. 2 фе.	8 гра.	
— Римѣ - - -	23 лот. 1 кв. 1 гран.		
— Регенсбургѣ и Минхенѣ - - -	38 лот. 1 кв. 1 фенин.		
— Страсбургѣ - -	32 лот. 1 кв. 1 фенин.		
— Варшавѣ - -	25 лот. 3 кв. 2 фен.	5 гра.	
— Вѣнѣ - - -	38 лот. 2 квин.		
Аптекарской фунтЪ содержитЪ - -	26 лот. 3 фен. 4 гран.		

А что бы способнѣе и скорѣе при случаѣ можно было написать, какой потребно будетЪ сортЪ; того ради нѣкоторыхЪ сортовЪ при семЪ сообщается сокращенїе.

Рубль пишется для краткости -	рл.
Гривна - - - - - -	гр.
РейхсталерЪ - - - - -	ртл.
ТалерЪ - - - - - -	тл.
ГульденЪ - - - - - -	гл.
ШтиберЪ - - - - - -	шт.
ФунтЪ - - - - - -	фт.
ШилингЪ - - - - - -	шл.
ФенингЪ - - - - - -	фг.

Деніэрь, или денарій - - -	др.
Марка - - - - - -	мк.
Грошъ - - - - - -	гш.
Гутенъ - грошъ - - - -	г. гш.
Крейцеръ - - - - -	кр.
Крейцеръ - грошъ - - - -	к. гш.
Маріэнъ - грошъ - - - -	м. гш.
Червонецъ - - - - - -	чр.
Дукатъ - - - - - -	#
Екю - - - - - - -	ϑ̃ или ек.
Драхма - - - - - -	дрм.
Скрупель - - - - - -	скр.
Гранъ - - - - - -	грн.
Градусъ - - - - - -	°
Минута - - - - - -	′
Секунда - - - - - -	″
Терція - - - - - -	‴
Сажень, или рута - - - -	○
Футъ - - - - -	/
Дюймъ - - - - - -	//
Линѣя - - - - - -	///
Либра - - - - - -	℔
Унція - - - - - -	℥
Драхма - - - - - -	ʒ
Скрупуль - - - - - -	℈
Гранъ - - - - - -	gr.

ГЛАВА

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

О

СОДЕРЖАНІИ, ПРОПОРЦІИ И ПРОГРЕССІИ АРИѲМЕТИЧЕСКОЙ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

§. 103.

Когда два числа̀, на пр. 4. и 12. сравниваются между собою такимъ образомъ, что разсуждается объ ихъ разности, на пр. 8, которая находится чрезъ вычитанïе; тогда такое сравненïе называется *содержанïемъ Ариѳметическимъ* (Ratio Arithmetica); когда жъ разсуждается объ ихъ частномъ числѣ, на пр. 3, которое находится чрезъ дѣленïе; тогда такое сравненïе называется *содержанïемъ Геометрическимъ* (Ratio Geometrica), или однимъ словомъ: *содержанïе* (Ratio).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

§. 104. Понеже всякое содержанïе между двумя только числами состоитъ (§. 103.): то тѣ два числа̀ называются *терминами*, или, *членами* (Termini); и тотъ членъ, которой первое мѣсто занимаетъ, называется *первой*, или *предъидущей* (Antecedens), а тотъ, которой на второмъ мѣстѣ находится, называется *второй*, или *послѣдующей* (Consequens).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIX.

§. 105. Въ Ариѳметическомъ содержанïи то число, которое показываетъ чѣмъ меньше

ше предъидущей членъ послѣдующаго, или, чѣмъ больше послѣдующей предъидущаго, называется *разностью* (Defferentia); напротивъ того въ Геометрическомъ содержанїи, то число, которое показываетъ, во сколько разъ предъидущей членъ больше послѣдующаго, или какая часть предъидущей членъ будетъ своего послѣдующаго, то есть, сколько разъ меньшее число въ большемъ содержится, называется *именемъ содержанїя* (Nomen rationis), *знаменателемъ содержанїя* (Denominator rationis), или, однимъ словомъ: *знаменателемъ* (Denominator).

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 106. Слѣдовательно въ содержанїи Ариѳметическомъ меньшее число находится чрезъ вычитанїе разности изъ большаго, а большое чрезъ сложенїе тойже разности съ меньшимъ (§. 54, 59.); въ Геометрическомъ же содержанїи меньшее число находится чрезъ раздѣленїе большаго на знаменателя, а большое чрезъ умноженїе меньшаго на тогожъ знаменателя, (§. 65, 84.).

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 107. По чему въ содержанїи Ариѳметическомъ между числами справедливо употребляется знакъ вычитанїя (—) (§. 49.), а въ Геометрическомъ знакъ дѣленїя (:) (§. 77.).

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XX.

§. 108. Подобныя содержанїя называются тѣ, которыя имѣютъ одинакую разность, или одинакой знаменатель; не подобныя жъ суть тѣ, которыя имѣютъ или не одинакую разность, или не одинакаго знаменателя.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXI.

§. 109. Въ подобныхъ содержанїяхъ предъидущей членъ съ предъидущимъ, и послѣдующей съ послѣдующимъ, называются *количества одинакопыя* (Quanta homologa). На

пр.

пр. въ содержанїяхъ 3—6, и 7—10, такъ же 2 : 4 и 3:6 два предъидущїе члена 3—7 и 2:3, и два послѣдующїе, 6—10, и 4:6, суть количества одинаковыя.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 110. Когда въ содержанїяхъ A : B, и C : D послѣдующїе члены B и D раздѣлены будутъ на равное число частей, и сколько частей количества B содержаться будетъ въ количествѣ A, столькожъ частей количества D будетъ содержаться въ количествѣ C, или короче сказать, когда количество A столько разъ содержится въ количествѣ B, сколько количество C содержится въ количествѣ D, и на оборотъ; тогда содержанїе A : B будетъ равно содержанїю C : D, и количества A, B, C, D называются *пропорціональныя.*

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIII.

§. 111. Содержанїя, какъ Ариѳметическое такъ и Геометрическое, суть иныя *большой не равности* (Maioris inaequalitatis), то есть, когда въ оныхъ предъидущїе члены будутъ больше послѣдующихъ. На пр. 4—2 и 16 : 8; и особливо въ разсужденїи Геометрическаго содержанїя, когда въ ономъ предъидущей членъ будетъ вдвое больше своего послѣдующаго; тогда такое содержанїе называется *двойное* (Ratio dupla), на пр. 6 : 3; а когда втрое, тогда *тройное* (Tripla), на пр. 18 : 6; *четверное* (Quadrupla), на пр. 24 : 6; и такъ далѣе, *полуторное* (Sesquialtera), какъ 3 : 2; *полутретное* (Sesquitertia), какъ 5 : 2, и проч.

Напротивъ того содержанія *меньшей неравности* (Minoris inaequalitatis) называются тѣ, въ которыхъ предъидущіе члены будутъ меньше послѣдующихъ. На пр. 2—4, и 8 : 16; и особливо въ разсужденіи содержанія Геометрическаго, когда въ ономъ предъидущей членъ будетъ вдвое меньше послѣдующаго, тогда такое содержаніе называется *пол-опинное* (Ratio subdupla), на пр. 6 : 12; а когда втрое, тогда *третное* (Subtripla), на пр. 4 : 12; *четвертное* (Subquadrupla), когда въ четверо меньше, на пр. 3 : 12, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 112. Слѣдовательно, въ содержаніи Геометрическомъ меньшей неравности, знаменатель будетъ ломаное число, поколику предъидущей членъ въ содержаніи Геометрическомъ дѣлится на послѣдующей. На пр. содержанія 4 : 6 знаменатель есть $\frac{2}{3}$, которой показываетъ, что 4 есть $\frac{2}{3}$ шести. На противъ того, въ содержаніи большей неравности, знаменатель будетъ цѣлое число, или цѣлое съ дробью. На пр. 8 : 2 есть знаменатель 4, также 6 : 4 есть знаменатель $1\frac{1}{2}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 113. По чему знаменатели содержаній большей и меньшей неравности, на пр. $\frac{2}{3}$, и $1\frac{1}{2}$, могутъ приняты быть за одно число, какъ и есть дѣйствительно.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 114. Изъ чего видно, что въ разсужденіи содержаній меньшей неравности, можно всякую дробь принять за содержаніе, котораго предъидущимъ членомъ будетъ числитель дроби, а послѣдующимъ знаменатель оныя. На пр. $\frac{1}{4} = 1 : 4$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 115. Видно также и то, что въ содержаніяхъ Геометрическихъ большей неравности предъидущіе члены состоятъ изъ своихъ послѣдующихъ умноженныхъ на знаменателя. На пр. содержанія 6 : 3, будетъ предъидущей членъ $6 = 3 \times 2$; а въ содержаніяхъ меньшей неравности предъидущіе члены состоятъ также изъ своихъ послѣдующихъ, токмо раздѣленныхъ на знаменателя.

нателя. На пр. содержанія 3 : 6 будетъ предъидущей членъ 3 = $\frac{6}{2}$. Чего ради, въ силу того, что равное вмѣсто равнаго принять можно (§. 31.), въ содержаніяхъ большей неравности вмѣсто предъидущаго члена можно принять послѣдующей членъ, умноженной на знаменателя, а въ содержаніи меньшей неравности, вмѣсто предъидущаго члена тотъже послѣдующей членъ, токмо раздѣленной на знаменателя. На пр. вмѣсто содержанія 6 : 3, будетъ 3 × 2 : 3, также вмѣсто содержанія 2 : 6 будетъ $\frac{6}{3}$: 6,

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 116. Сіе изображеніе предъидущаго члена въ обоихъ случаяхъ, то есть, чтобъ вмѣсто онаго принимать послѣдующей членъ, или умноженной, или раздѣленной на знаменателя, смотря по содержанію, удивительную способность дѣлаетъ въ наукѣ о пропорціяхъ, такъ что начинающіе учиться, все то, что труднымъ могло бы имъ казаться, помощію сего, съ легчайшимъ трудомъ преодолѣть могутъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 117. Когда два, или нѣсколько содержаній будетъ равныхъ (§. 110.): то сіе называется *пропорціею* (Proportio), то есть пропорція нечто инное есть, какъ равенство двухъ между собою содержаній, и именно: Ариѳметическую пропорцію составляютъ тѣ содержанія, въ которыхъ одинакая разность находится. На пр. 6 — 4, и 9 — 7. Напротивъ того Геометрическую пропорцію составляютъ тѣ содержанія, которыя имѣютъ одинакаго знаменателя. На пр. 6 : 2 и 12 : 4.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 118. По чему, для означенія всякой пропорціи, справедливо употребляется знакъ равенства (=) (§. 13.); а содержанія сверьхъ того означаются своими знаками (§. 107.). На пр. Ариѳметическая пропорція изображается 6 — 4 = 9 — 7; а Геометрическая 6 : 2 = 12 : 4.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 119. Для той же причины и члены въ пропорціи выговариваются слѣдующимъ образомъ: какъ одного содержанія предъидущей членъ къ своему послѣдующему содержится, такъ и другаго содержанія предъидущей членъ къ своему послѣдующему; или, какъ первой ко второму, такъ третей къ четвертому. То есть, въ пропорціи Ариѳметической, чѣмъ больше, или меньше первой членъ втораго, тѣмъ самымъ больше, или меньше третей четвертаго; а въ Геометрической, во сколько разъ больше, или меньше первой втораго, во столькожъ разъ больше, или меньше третей четвертаго.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 120. *Пропорція непрерывная* (Proportio continua) есть, въ которой члены будутъ въ такомъ содержаніи: какъ первой ко второму, такъ второй къ третьему; то есть, когда послѣдующей членъ перваго содержанія будетъ предъидущимъ втораго содержанія. На пр. Ариѳметическая 5, 7, 9, или 5 — 7 = 7 — 9; а Геометрическая 3, 6, 12, или 3 : 6 = 6 : 12, и изображается Ариѳметическая, какъ ÷ 5, 7, 9, Геометрическая же какъ ∺ 3, 6, 12.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 121. Въ пропорціи непрерывной, какъ Ариѳметической, такъ и Геометрической, тотъ членъ, которой два раза принимается въ сравненіе, на пр. 7 и 9, называется *средней пропорціональной*, (Medius proportionalis).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

Прогрессія (Progressio) есть порядокъ количествъ одного роду въ одинакомъ содержаніи продолжающихся, и собственно называется Ариѳметическою, когда между всѣми количествами, то есть, членами непрерывно продолжающимися, будетъ одинакая раз-

разность. На пр. 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, и проч. между которыми всѣми есть одинакая разность 2. Напротивъ того Геометрическою называется, когда между всѣми членами непрерывно продолжающимися будетъ одинакой знаменатель. На пр. 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192. и проч. между коими всѣми есть одинакой знаменатель 2.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 123. *Прогрессія Ариѳметическая возрастающая* (Progreſſio Arithmetica creſcens) есть, въ которой каждой послѣдующей членъ, въ разсужденіи своего предъидущаго, въ одинакомъ содержаніи становится больше, то есть, въ которой второй членъ изъ сложенія перваго и разности; третей изъ сложенія втораго, и тойже разности; четвертой изъ сложенія третьяго, и помянутой разности; и такъ далѣе, происходятъ. На пр. 4, 7, 10, 13, 16, 19, и проч. *умаляющаяся же* (Decreſcens) есть, въ которой каждой послѣдующей членъ, въ разсужденіи своего предъидущаго, въ одинакомъ содержаніи становится меньше, то есть, въ которой второй членъ происходитъ, когда изъ перваго; третей, когда изъ втораго; четвертой, когда изъ третьяго; и такъ далѣе, вычтена будетъ помянутая разность. На пр. 19, 16, 13, 10, 7, 4.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 124. Когда въ прогрессіи Ариѳметической возрастающей каждой послѣдующей членъ состоитъ изъ своего предъидущаго взятаго вмѣстѣ съ разностью, на пр: послѣдующей членъ 7 состоитъ изъ своего предъидущаго 4, и разности 3, а 10 состоитъ изъ 7, и тойже разности 3, и такъ далѣе, то есть, въ 10 находится

самой

самой меньшей членъ 4, и два раза разность 3: то въ такой прогрессіи каждой большей членъ происходитъ изъ сложенія самаго меньшаго съ разностью столько разъ взятою, сколько всѣхъ членовъ отъ самаго меньшаго до него находится, то есть, изъ сложенія самаго меньшаго съ разностью умноженною на число членовъ безъ единицы. На пр. 16 = (3 x 4) + 4. Напротивъ того въ прогрессіи Ариѳметической умаляющейся каждой послѣдующей меньшей членъ происходитъ, когда изъ самаго большаго вычтена будетъ разность, умноженная на число членовъ безъ единицы. На пр. 7 = 19 — (4 x 3).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVIII.

§. 125. *Прогрессія Геометрическая возрастающая* (Progreſſio Geometrica creſcens) есть, въ которой каждой послѣдующей членъ происходитъ изъ умноженія своего предъидущаго на знаменателя. Такимъ образомъ второй членъ происходитъ, когда первой; третей, когда второй; четвертой, когда третей; и такъ далѣе, умножены будутъ на знаменателя. На пр. 3, 6, 12, 24, 48, 96, и проч. *Умаляющаяся же* (Decreſcens) есть, въ которой каждой послѣдующей членъ происходитъ, когда его предъидущей членъ будетъ раздѣленъ на знаменателя. Такимъ образомъ второй членъ происходитъ, когда первой; третей, когда второй; четвертой, когда третей; и такъ далѣе, раздѣлены будутъ на знаменателя. На пр: 96, 48, 24, 12, 6, 3.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 126. Когда въ прогрессіи Геометрической возрастающей каждой послѣдующей членъ происходитъ изъ умноженія своего предъидущаго на знаменателя (§. 125), на пр. послѣдующей членъ 6 состоитъ изъ умноженія своего предъидущаго 3 на знаменателя 2, а 12 состоитъ изъ умноженія также своего предъидущаго 6 на того же знаменателя 2, то есть, въ 12 находится самой

меньшей членъ 3 умноженной на знаменателя 2 одинъ разъ самаго на себя взятаго: то въ такой прогрессіи каждой большей членъ происходитъ изъ умноженія самаго меньшаго на знаменателя столько разъ безъ двухъ самого на себя взятаго, сколько всѣхъ членовъ до самаго меньшаго находится, на пр. 48 = 3 × (2 × 2 = 4 × 2 = 8 × 2 = 16). Напротивъ того въ прогрессіи Геометрической умаляющейся каждой меньшей членъ происходитъ, когда самой большей членъ раздѣленъ будетъ на произведеніе, произшедшее изъ умноженія знаменателя на число членовъ безъ двухъ. На пр. 6 = 96 : (2 × 2 = 4 × 2 = 8 × 2 = 16).

АКСІОМА I.

§. 127. *Ежели изъ двухъ, или нѣсколькихъ содержаній каждое будетъ равно одному какому ни будь содержанію, или равнымъ: то и они будутъ между собою равны. На пр.*

3 : 12 = 1 : 4   2 : 10 = 3 : 15
5 : 20 = 1 : 4   7 : 35 = 4 : 20

то будетъ 3 : 12 = 5 : 20   Но 3 : 15 = 4 : 20

то будетъ { 2 : 10 = 3 : 15
7 : 35 = 4 : 20

АКСІОМА II.

§. 128. *Равныя количества, или числа, къ одному количеству, или къ равнымъ, имѣютъ одинакое содержаніе; то есть, будучи больше его, содержатъ въ себѣ его поровну, а будучи меньше его, содержатся въ немъ поровну жъ. На пр.*

Ежели два между собою равныя количества A и B = 10 и 10, будутъ равны одно-

му

му третьему количеству C = 5 : то оныя между собою содержатся какъ A : C = B : C, то есть, 10 : 5 = 10 : 5; или, когда два равныя количества A и B = 8 и 8, будутъ равны также двумъ между собою равнымъ количествамъ C и D = 4 и 4 : то оныя содержатся тогда, какъ A : C = B : D, то есть, 8 : 4 = 8 : 4.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 129. И по тому одно количество, или число, къ равнымъ количествамъ, или числамъ, имѣетъ одинакое содержанїе. На пр.

Ежели одно количество C = 3 будетъ равно двумъ между собою равнымъ количествамъ A и B = 6 и 6 : то будетъ содержаться оное къ нимъ, какъ C : A = C : B, то есть, 3 : 6 = 3 : 6.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 130. Слѣдовательно и тѣ самыя количества, или числа, на пр. A и B = 6 и 6, будутъ между собою равны, къ которымъ одно количество, или число, на пр. C = 3, имѣетъ одинакое содержанїе.

То есть C : A = C : B, 3 : 6 = 3 : 6; будетъ A = B, 6 = 6.

АКСІОМА III.

§. 131. *Подобныя, или одинакія части, къ своимъ цѣлымъ имѣютъ одинакое содержанїе; а которыя части къ своимъ цѣлымъ имѣютъ одинакое содержанїе: то тѣ части суть подобныя, и между собою содержатся, какъ ихъ цѣлыя; слѣдовательно на оборотъ, и цѣлыя къ своимъ частямъ подобнымъ имѣютъ одинакое содержанїе, и содержатся между собою, какъ ихъ части.*

ТЕОРЕ-

ТЕОРЕМА V.

§. 132. *Въ пропорціи Ариѳметической* $A - B = C - D$, то есть, $6 - 4 = 9 - 7$, *сумма двухъ крайнихъ членовъ* $A + D = 6 + 7$ *равна суммѣ двухъ среднихъ* $B + C = 4 + 9$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что въ ней предъидущіе члены даны больше послѣдующихъ. На пр. $A > B$, $C > D$, то есть, $6 > 4$, $9 > 7$. Понеже первой членъ происходитъ изъ сложенія втораго и разности E = На пр. $A = B + E$, то есть, $6 = 4 + 2$; а третей изъ сложенія четвертаго и тойже разности. На пр. $C = D + E$, то есть, $9 = 7 + 2$ (§. 106.); того ради въ суммѣ перваго и четвертаго будетъ находиться второй, четвертой и разность. На пр. $A + D = B + D + E$, то есть, $6 + 7 = 4 + 7 + 2$; а въ суммѣ втораго и третьяго тѣже самые, второй, четвертой и разность. На пр. $B + C = B + D + E$, то есть, $4 + 9 = 4 + 7 + 2$; слѣдовательно обѣ суммы должны быть между собою равны (§. 35.).

Положимъ, что предъидущіе члены даны меньше послѣдующихъ. На пр. $A < B$, $C < D$, то есть, $4 < 6$, $7 < 9$. Понеже второй членъ происходитъ изъ сложенія перваго и разности. На пр. $B = A + E$, то есть, $6 = 4 + 2$; а четвертой изъ сложенія третьяго и тойже разности. На пр. $D = C + E$, то есть, $9 = 7 + 2$ (§. 106.); того ради, по сложеніи перваго и четвертаго, въ суммѣ

ихъ будетъ находиться первой, третей и разность. На пр. A + D = A + C + E, то есть, 4 + 9 = 4 + 7 + 2; а по сложенїи втораго и третьяго, въ суммѣ ихъ будутъ находиться тѣже самые, первой, третей и разность. На пр. B + C = A + C + E, то есть, 6 + 7 = 4 + 7 + 2; слѣдовательно обѣ суммы должны быть между собою равны (§. 35.). ч. н. д.

ТЕОРЕМА VI.

§. 133. *Въ пропорцїи Ариѳметической непрерывной*, на пр. ÷ A, B, C, то есть, 5, 7, 9, *сумма двухъ крайнихъ членовъ*, на пр. A + C, то есть, 5 + 9, *равна среднему дважды взятому*, на пр. B + B, то есть, 7 + 7.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ пропорцїи Ариѳметической непрерывной третей членъ C = 9, происходитъ изъ сложенїя втораго B = 7, и разности, на пр. E = 2; а второй B = 7, изъ сложенїя перваго A = 5, и тойже разности E = 2 (§. 120. 106.); слѣдовательно третей членъ C = 9 состоитъ изъ перваго A = 5, и двухъ разностей E + E = 2 + 2; и по тому въ суммѣ перваго и третьяго будутъ находиться два первыхъ члена и двѣ разности, на пр. A + C = A + E + A + E, то есть, 5 + 9 = 5 + 2 + 5 + 2; а въ суммѣ средняго два раза взятаго, находятся тѣже самые, на пр. B + B = A + E + A + E, то есть 7 + 7 = 5 + 2 + 5 + 2. Чего ради сумма перваго

и третьяго въ пропорціи Ариөметической непрерывной должна быть равна среднему дважды взятому (§. 35.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 134. Слѣдовательно въ пропорціи Ариөметической непрерывной, средней пропорціональной членъ, на пр. B = 7, есть равенъ половинѣ суммы двухъ крайнихъ, на пр. B = (A + C): 2, то есть, 7 = (5 + 9): 2.

ТЕОРЕМА VII.

§. 135. *Въ пропорціи Геометрической* A : B = C : D, то есть, 6 : 3 = 10 : 5, *произведеніе двухъ крайнихъ членовъ* A × D, то есть, 6 × 5, *равно произведенію двухъ среднихъ* B × C, то есть, 3 × 10.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что въ ней предъидущіе члены даны больше послѣдующихъ. На пр. A > B, и C > D, то есть, 6 > 3, и 10 > 5. Понеже первой членъ A = 6 происходитъ, когда второй B = 3; а третей C = 10, когда четвертой D = 5, на знаменателя содержанія, на пр. E = 2, будутъ умножены (§. 115); того ради будетъ A = B × E, то есть, 6 = 3 × 2, а C = D × E, то есть, 10 = 5 × 2. И потому въ произведеніи перваго и четвертаго члена будутъ находиться множимыя между собою числа второй и четвертой членъ, и притомъ знаменатель, на пр. A × D = B × D × E, то есть, 6 × 5 = 3 × 5 × 2; а въ прозведеніи втораго и третьяго, тѣже самыя числа, то есть, второй, четвертой и знаменатель, на пр. B × C = B × D × E, то есть, 3 × 10 = 3

×5×2; слѣдовательно оба произведенія должны быть между собою равны (§. 69.).

Положимъ, что предъидущіе члены даны меньше послѣдующихъ. На пр. A < B, и C < D, то есть, 3 < 6 и 5 < 10. Понеже въ содержаніяхъ Геометрическихъ меньшей неравности второй членъ, на пр. B = 6 происходитъ, когда первой A = 3; а четвертой D = 10, когда третей C = 5, на знаменателя содержанія, на пр. E = 2 будутъ умножены (§. 115.); того ради будетъ B = A×E, то есть, 6 = 3×2; а D = C×E, то есть, 10 = 5×2. И потому, какъ въ произведеніи перваго на четвертой, такъ и въ произведеніи втораго на третей, будутъ находиться одинакія между собою умножаемыя числа, на пр. A×D = A×C×E, то есть, 3×10 = 3×5×2, также B×C = A×C×E, то есть, 6×5 = 3×5×2: слѣдовательно оба таковыя произведенія должны быть между собою равны (§. 69.). ч. н. д.

ТЕОРЕМА VIII.

§. 136. *Въ пропорціи Геометрической непрерывной* ∺ A, B, C, то есть, 3, 9, 27, *произведеніе двухъ крайнихъ членовъ* A×C, то есть, 3×27, *равно среднему члену самому на себя умноженному* B×B, то есть, 9×9.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ пропорціи Геометрической непрерывной второй членъ B = 9 также и третьяго мѣсто занимаетъ, и слѣдовательно

тельно члены въ такой пропорцїи между собою содержатся, какъ первой ко второму, такъ второй къ третьему, на пр. A : B = B : C, то есть, 3 : 9 = 9 : 27 (§. 120) : того ради равнымъ же образомъ, какъ и въ первомъ случаѣ доказывается, что A×C = B×B, то есть, 3×27 = 9×9 (§. 135.); слѣдовательно въ пропорцїи Геометрической непрерывной, произведенїе двухъ крайнихъ членовъ равно среднему члену самому на себя умноженному. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 137. И потому въ пропорцїи Геометрической непрерывной средней пропорцїональной членъ на пр B = 9, есть равенъ радиксу, которой изъ произведенїя двухъ крайнихъ членовъ, на пр. A × C, то есть, 3 × 27, будетъ извлеченъ. На пр. B = √A × C, то есть, 9 = √3 × 27. (§. 264.).

ТЕОРЕМА IX.

§. 138. *Въ пропорцїи Геометрической* A : B = C : D, то есть, 6 : 3 = 8 : 4, *члены содержатся также и на оборотъ* (*inuertendo*), *какъ второй къ первому, такъ четвертой къ третьему.* На пр. B : A = D : C, то есть, 3 : 6 = 4 : 8.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что предъидущїе члены A и C, то есть, 6 и 8 даны больше своихъ послѣдующихъ, какъ и есть дѣйствительно; и слѣдовательно, оные будучи раздѣлены на свои послѣдующїе B и D, то есть, 3 и 4, производятъ частныя числа, на пр. E и E, то есть, 2 и 2 то будетъ содержаться единица къ частному числу, какъ дѣлитель

къ дѣлимому въ обоихъ случаяхъ. На пр. 1 : E = B : A, то есть, 1 : 2 = 3 : 6, также 1 : E = D : C, то есть, 1 : 2 = 4 : 8 (§. 76.); слѣдовательно B : A = D : C, то есть, 3 : 6 = 4 : 8. (§. 127.). ч. н. д.

ТЕОРЕМА X.

§. 139. *Въ пропорціи Геометрической* A : B = C : D, то есть, 3 : 9 = 6 : 18, *члены между собою содержатся также и чрезъ членъ* (alternando, seu permutando), *какъ первой къ третьему, такъ второй къ четвертому.* На пр. A : C = B : D, то есть, 3 : 6 = 9 : 18.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже предъидущіе члены въ пропорціи даны меньше своихъ послѣдующихъ; того ради оные будутъ, какъ части своихъ послѣдующихъ, и слѣдовательно подобны, и содержатся между собою, какъ ихъ цѣлыя. На пр. A : C = B : D, то есть, 3 : 6 = 9 . 18 (§. 131.).

Положимъ пропорцію A : B = C : D, то есть, 12 : 4 = 24 : 8, въ которой предъидущіе члены даны больше своихъ послѣдующихъ: то, для тѣхъже причинъ, будетъ B : D = A : C, то есть, 4 : 8 = 12 : 24, или, что все равно, A : C = B : D, то есть, 12 : 24 = 4 : 8. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 140. Изъ чего видно, что какое содержаніе между собою имѣютъ предъидущіе члены, такое жъ содержаніе будутъ имѣть и послѣдующіе; и на оборотъ, какое содержаніе имѣютъ послѣдующіе, такоежъ и предъидущіе.

ТЕО-

ТЕОРЕМА XI.

§. 141. *Ежели два количества* A и B, то есть, 4 и 8, *будутъ умножены на одно третїе*, на пр. C = 3: *то произведенїя ихъ* A × C = D, то есть, 4 × 3 = 12, и B × C = E, то есть, 8 × 3, = 24, *будутъ содержаться между собою, какъ умноженныя количества* A и B, то есть, 4 и 8.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже 1 : C = A : D, то есть, 1 : 3 = 4 : 12, и 1 : C = B : E, то есть, 1 : 3 = 8 : 24 (§. 66.): то будетъ A : D = B : E, то есть, 4 : 12 = 8 : 24 (§. 127.); и слѣдовательно A : B = D : E, то есть, 4 : 8 = 12 : 24 (§. 139.), или, что все равно, D : E = A : B, то есть, 12 : 24 = 4 : 8 (§. 31.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 142. И по тому въ пропорцїи Геометрической A : B = C : D, то есть, 4 : 8 = 12 : 24, естьли умножены будутъ перваго содержанїя члены A и B, то есть, 4 и 8 на одно третїе, на пр. E = 3: то произведенїя ихъ A × E и B × E, то есть, 4 × 3 и 8 × 3, будутъ содержаться между собою, какъ втораго содержанїя члены C и D, то есть, 12 и 24. На пр. A × E : B × E = C : D, то есть, 4 × 3 : 8 × 3 = 12 : 24, и произведенїе изъ перваго къ третьему, какъ произведенїе изъ втораго къ четвертому. На пр. A × E : C = B × E : D, то есть, 4 × 3 : 12 = 8 × 3 : 24. Понеже A × E : B × E = A : B, то есть, 4 × 3 : 8 × 3 = 4 : 8 (§. 141.); но A : B = C : D, то есть, 4 : 8 = 12 : 24, содержится по положенїю: то будетъ A × E : B × E = C : D, то есть, 4 × 3 : 8 × 3 = 12 : 24 (§. 31.), также A × E : C = B × E : D, то есть, 4 × 3 : 12 = 8 × 3 : 24 (§. 139.).

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 143. Когда же въ пропорцїи Геометрической A : B = C : D, то есть, 4 : 8 = 12 : 24 будутъ умножены втораго со-

держанія члены C и D, то есть, 12 и 24 на одно третїе, на пр. E = 3: то произведенія ихъ C × E и D × E, то есть, 12 × 3 и 24 × 3, будутъ содержаться между собою, какъ перваго содержанія члены A и B, то есть, 4 и 8, на пр. C × E: D × E = A: B, то есть, 12 × 3: 24 × 3 = 4: 8, и произведенїе изъ третьяго къ первому, какъ произведенїе изъ четвертаго къ второму, на пр. C × E: A = D × E: B, то есть, 12 × 3: 4 = 24 × 3: 8. Понеже C × E: D × E = C: D, то есть, 12 × 3: 24 × 3 = 12: 24 (§. 141.); но C: D = A: B, то есть, 12: 24 = 4: 8 содержится по положенїю: то будетъ C × E: D × E = A: B, то есть, 12 × 3: 24 × 3 = 4: 8 (§. 31); также C × E: A = D × E: B, то есть, 12 × 3: 4 = 24 × 3: 8 (§. 139.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 144. Слѣдовательно въ пропорцїи Геометрической A: B = C: D, то есть, 4: 8 = 12: 24, естьли предъидущїе члены A и C, то есть 4 и 12 будутъ умножены на одно третїе, на пр. E = 3: то произведенія ихъ A × E и C × E, то есть, 4 × 3 и 12 × 3 будутъ содержаться между собою, какъ ихъ послѣдующїе члены B и D, то есть, 8 и 24, на пр. A × E: C × E = B: D, то есть, 4 × 3: 12 × 3 = 8: 24, и одного предъидущаго произведенїе къ своему послѣдующему будетъ содержаться, какъ произведенїе другаго предъидущаго къ своему послѣдующему члену, на пр. A × E: B = C × E: D, то есть, 4 × 3: 8 = 12 × 3: 24. Понеже въ пропорцїи Геометрической A: B = C: D, то есть, 4: 8 = 12: 24 могутъ содержаться члены; и такимъ образомъ, какъ A: C = B: D, то есть, 4: 12 = 8: 24 (§. 139.): то будетъ A × E: C × E = A: C, то есть, 4 × 3: 12 × E = 4: 12 (§. 141.), также A × E: C × E = B: D, то есть, 4 × 3: 12 × 3 = 8: 24 (§. 31.), и A × E: B = C × E: D, то есть, 4 × 3: 8 = 12 × 3: 24 (§. 139.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 145. Когда же въ пропорцїи Геометрической A: B = C: D, то есть, 4: 8 = 12: 24 послѣдующїе члены B и D, то есть, 8 и 24 будутъ умножены на одно третїе на пр. E = 3: то произведенія ихъ B × E и D × E, то есть, 8 × 3 и 24 × 3 будутъ содержаться между собою, какъ ихъ предъидущїе члены A и C, то есть, 4 и 12. На пр. B × E: D × E = A: C, то есть, 8 × 3: 24 × 3 = 4: 12, и одного послѣдующаго произведенїе къ своему предъидущему будетъ содержаться, какъ произведенїе другаго послѣдующаго къ своему предъидущему

щему члену, на пр. B × E : A = D × E : C, то есть, 8 × 3 : 4 = 24 × 3 : 12. Понеже въ пропорціи A : B = C : D, то есть, 4 : 8 = 12 : 24 могутъ содержаться члены; и такимъ образомъ, какъ A : C = B : D, то есть, 4 : 12 = 8 : 24 (§. 139): то будетъ B × E : D × E = B : D, то есть, 8 × 3 : 24 × 3 = 8 : 24 (§. 141), также B × E : D × E = A : C, то есть, 8 × 3 : 24 × 3 = 4 : 12 (§. 31.), и B × E : A = D × E : C, то есть, 8 × 3 : 4 = 24 × 3 : 12 (§. 139).

ТЕОРЕМА XII.

Ежели два количества A *и* B, то есть, 6 *и* 12 *будутъ раздѣлены на одно третіе*, на пр. C = 3: *то произшедшія изъ того частныя числа*, на пр. D *и* E = 2 *и* 4 *будутъ содержаться между собою, какъ раздѣленныя количества* A *и* B, то есть, 6 *и* 12.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже 1 : D = C : A, и 1 : E = C : B, то есть, 1 : 2 = 3 : 6, и 1 : 4 = 3 : 12 (§. 76), также 1 : C = D : A, и 1 : C = E : B, то есть, 1 : 3 = 2 : 6, и 1 : 3 = 4 : 12 (§. 139); того ради будетъ D : A = E : B, то есть, 2 : 6 = 4 : 12 (§. 127); слѣдовательно D : E = A : B, то есть, 2 : 4 = 6 : 12 (§. 139). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 147. И потому въ пропорціи Геометрической A : B = C : D, то есть, 6 : 12 = 9 : 18, естьли перваго содержанія члены A и B, то есть, 6 и 12 будутъ раздѣлены на одно третіе на пр E = 3 : то произшедшія изъ того частныя числа, на пр. F и G, то есть, 2 и 4 будутъ содержаться между собою, какъ втораго содержанія члены C и D, то есть, 9 и 18, на пр. F : G = C : D, то есть, 2 : 4 = 9 : 18, и частное число изъ перваго къ третьему, какъ частное число изъ втораго къ четвертому, на пр. F : C = G : D, то есть, 2 : 9 = 4 : 18, и обратно, третей членъ къ частному изъ перваго, какъ

 четвер-

четвертой къ частному изъ втораго, на пр. C : F = D : G, то есть, 9 : 2 = 18 : 4. Понеже A : B = C : D, то есть, 6 : 12 = 9 : 18 по положенїю; на F : G = A : B, то есть, 2 : 4 = 6 : 12 (§. 146): то F : G = C : D, то есть, 2 : 4 = 9 : 18 (§. 31), также F : C = G : D, то есть, 2 : 9 = 4 : 18 (§. 139), и при томъ C : F = D : G, то есть, 9 : 2 = 18 : 4 (§. 138).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 148. Когда же въ пропорцїи Геометрической A : B = C : D, то есть, 3 : 12 = 4 : 16 будутъ раздѣлены втораго содержанїя члены C и D, то есть, 4 и 16 на одно третїе на пр. E = 2 : то произшедшїя изъ того частныя чи́сла, на пр. F и G, то есть, 2 и 8 будутъ содержаться между собою, какъ перваго содержанїя члены A и B, то есть, 3 и 12, на пр. F : G = A : B, то есть, 2 : 8 = 3 : 12, и частное число изъ третьяго къ первому, какъ частное число изъ четвертаго ко второму, на пр. F : A = G : B, то есть, 2 : 3 = 8 : 12, и обратно, первой членъ къ частному изъ третьяго, какъ второй къ частному изъ четвертаго, на пр. A : F = B : G, то есть, 3 : 2 = 12 : 8. Понеже A : B = C : D, то есть, 3 : 12 = 4 : 16 по положенїю, а F : G = C : D, то есть, 2 : 8 = 4 : 16, (§. 146): то F : G = A : B, то есть, 2 : 8 = 3 : 12 (§. 31); также F : A = G : B, то есть, 2 : 3 = 8 : 12 (§. 139), и при томъ A : F = B : G, то есть, 3 : 2 = 12 : 8, (§. 138).

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 149. Слѣдовательно, естьли въ пропорцїи Геометрической A : B = C : D, то есть, 6 : 12 = 9 : 18 предъидущїе члены A и C, то есть, 6 и 9 будутъ раздѣлены на одно третїе, на пр. E = 3 : то произшедшїя изъ того частныя чи́сла, на пр. F и G, то есть, 2 и 3 будутъ содержаться между собою, какъ послѣдующїе члены B и D, то есть, 12 и 18, на пр. F : G = B : D, то есть, 2 : 3 = 12 : 18, и частное число изъ одного предъидущаго къ своему послѣдующему, какъ частное число изъ другаго предъидущаго къ своему послѣдующему, на пр. F : B = G : D, то есть, 2 : 12 = 3 : 18. Понеже A : B = C : D, то есть, 6 : 12 = 9 : 18 по положенїю, и A : C = B : D, то есть, 6 : 9 = 12 : 18 (§. 139); но F : G = A : C, то есть, 2 : 3 = 6 : 9 (§. 146): то будетъ также F : G = B : D, то есть, 2 : 3 = 12 : 18 (§. 31), и при томъ F : B = G : D, то есть. 2 : 12 = 3 : 18 (§. 139).

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 150. Изъ чего видно, что естьли въ пропорціи Геометрической A : B = C : D, то есть, 2 : 12 = 3 : 18 последующіе члены B и D, то есть, 12 и 18 будутъ раздѣлены на одно третіе, на пр. E = 3 : то произшедшія изъ того частныя числа, на пр. F и G, то есть, 4 и 6 будутъ содержаться между собою, какъ предъидущіе члены A и C, то есть, 2 и 3, на пр. F : G = A : C, то есть, 4 : 6 = 2 : 3, и частное число изъ одного послѣдующаго къ своему предъидущему, какъ частное число изъ другаго послѣдующаго къ своему предъидущему, на пр. F : A : G = C, то есть, 4 : 2 = 6 : 3. Понеже A : B = C : D, то есть, 2 : 12 = 3 : 18 по положенію; и A : C = B : D, то есть, 2 : 3 = 12 : 18 (§. 139); то будетъ F : G = B : D, то есть, 4 : 6 = 12 : 18 (§. 146), также F : G = A : C, то есть, 4 : 6 = 2 : 3 (§. 31), и при томъ F : A = G : C, то есть, 4 : 2 = 6 : 3 (§. 139).

ТЕОРЕМА XIII.

§. 151. *Когда дано будетъ нѣсколько одинакихъ содержаній*, на пр. A : B, C : D, E : F, G : H, то есть, 2 : 6, 3 : 9, 4 : 12, 6 : 18, *и проч. то сумма всѣхъ предъидущихъ членовъ къ суммѣ всѣхъ послѣдующихъ будетъ содержаться, какъ предъидущей членъ котораго нибудь содержанія къ своему послѣдующему*, на пр. A + C + E + G : B + D + F + H = A : B, то есть, 2 + 3 + 4 + 6 : 6 + 9 + 12 + 18 = 2 : 6.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже предъидущіе члены меньше своихъ послѣдующихъ: то, поколику содержанія даны одинакія, оные будутъ одинакія части своихъ послѣдующихъ, на пр: A = $\frac{1}{3}$ B, C = $\frac{1}{3}$ D, E = $\frac{1}{3}$ F, G = $\frac{1}{3}$ H, то есть. 2 = $\frac{1}{3}$ 6,

$3 = \frac{1}{3} 9$, $4 \frac{1}{3} 12$, $6 = \frac{1}{3} 18$, и по тому будетъ $A + C + E + G = \frac{1}{3} B + \frac{1}{3} D + \frac{1}{3} F + \frac{1}{3} H$, то есть, $2 + 3 + 4 + 6 = \frac{1}{3} 6 + \frac{1}{3} 9 + \frac{1}{3} 12 + \frac{1}{3} 18$ (§. 35.); слѣдовательно сумма предъидущихъ къ суммѣ послѣдующихъ содержится, какъ $1 : 3$ по положенїю; но $1 : 3 = A : B$, то есть, $1 : 3 = 2 . 6$. Чего ради $A + C + E + G : B + D + F + H = A : B$, то есть, $2 + 3 + 4 + 6 : 6 + 9 + 12 + 18 = 2 : 6$.

Положимъ, что предъидущїе члены будутъ больше своихъ послѣдующихъ, на пр. $A : B$, $C : D$, $E : F$, $G : H$, то есть, $6 : 2$, $9 : 3$, $12 : 4$, $18 : 6$: то, для тѣхъже причинъ, послѣдующїе члены будутъ одинакїя части своихъ предъидущихъ, и слѣдовательно будетъ $B + D + F + H = \frac{1}{3} A + \frac{1}{3} C + \frac{1}{3} E \frac{1}{3} G$, то есть, $2 + 3 + 4 + 6 = \frac{1}{3} 6 + \frac{1}{3} 9 + \frac{1}{3} 12 + \frac{1}{3} 18$ (§. 35.), и по тому сумма послѣдующихъ къ суммѣ предъидущихъ будетъ содержаться какъ $1 : 3$, по положенїю; но $1 : 3 = A : B$, то есть, $1 : 3 = 2 : 6$, по первому случаю; слѣдовательно $B + D + F + H : A + C + E + G = A : B$, то есть, $2 + 3 + 4 + 6 : 6 + 9 + 12 + 18 = 2 : 6$. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 152. Слѣдовательно въ пропорцїи Геометрической $A : B = C : D$, $2 : 4 = 8 : 16$, будетъ чрезъ сложенїе членовъ (componendo), какъ сумма членовъ перваго содержанїя къ первому, или, ко второму тогожъ содержанїя, такъ сумма членовъ другаго содержанїя къ третьему, или, къ четвертому, на пр: $A + B : A = C + D : C$, и $A + B : B = C + D : D$, то есть, $2 + 4 : 2 = 8 + 16 : 8$, и $2 + 4 : 4 = 8 + 16 : 16$. Понеже $A : B = C : D$, то есть, $2 : 4 = 8 : 16$ по положенїю: то будетъ также $A : C = B : D$, то есть, $2 : 8 = 4 : 16$ (§. 139.); Но $A + B : C + D = A : C$, то есть, $2 + 4 : 8 + 16 = 2 : 8$ (§. 151.): то будетъ $A + B : A = C + D : C$, то есть, $2 + 4 : 2 = 8$

+ 16

+ 16 : 8 (§. 139); также A + B : C + D = B : D, то есть, 2 + 4 : 8 + 16 = 4 : 16 (§. 127); слѣдовательно и A + B : B = C + D : D, то есть, 2 + 4 : 4 = 8 + 16 : 16 (§. 139.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 153. Чего ради тѣже обстоятельства должно наблюдать, когда дано будетъ нѣсколько пропорцій. На пр. A : B = C : D, E : F = G : H, I : K = L : M, то есть, 2 : 4 = 8 : 16, 6 : 12 = 24 : 48, 32 : 64 = 128 : 256. Ибо въ такомъ случаѣ, сумма всѣхъ предъидущихъ членовъ первыхъ содержаній къ суммѣ всѣхъ своихъ послѣдующихъ членовъ будетъ содержаться, какъ сумма всѣхъ предъидущихъ членовъ вторыхъ содержаній къ суммѣ всѣхъ послѣдующихъ, на пр. A + E + I : B + F + K = C + G + L : D + H + M, то есть, 2 + 6 + 32 : 4 + 12 + 64 = 8 + 24 + 128 : 16 + 48 + 256. Понеже A + E + I : B + F + K = A : B, то есть, 2 + 6 + 32 : 4 + 12 + 64 = 2 : 4, и C + G + L : D + H + M = C : D, то есть, 8 + 24 + 128 : 16 + 48 + 256 = 8 : 16 (§. 151.); но A : B = C : D, 2 : 4 = 8 : 16 по положенію; слѣдовательно будетъ A + E + I : B + F + K = C + G + L : D + H + M, то есть, 2 + 6 + 32 : 4 + 12 + 64 = 8 + 24 + 128 : 16 + 48 + 256 (§. 127.). Тожъ самое происходитъ и въ разсужденіи умноженія членовъ, по колику умноженіе есть сокращенное сложеніе (§. 61.).

ТЕОРЕМА XIV.

§. 154. *Ежели будетъ нѣсколько одинакихъ содержаній*, на пр. A : B *и* C : D, то есть, 6 : 12 *и* 2 : 4 : *то разность предъидущихъ къ разности послѣдующихъ будетъ содержаться, какъ предъидущей членъ одного котораго ни будь содержанія къ своему послѣдующему*. На пр. A — C : B — D = A : B или C : D, то есть, 6 — 2 : 12 — 4 = 6 : 12, *или* 2 : 4.

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже A : B = C : D, то есть, 6 : 12 = 2 : 4, по положенію: то будетъ также A : C = B : D, то есть, 6 : 2 = 12 : 4 (§. 139.); но какъ оба члены перваго содержанія, по положенію, суть больше членовъ другаго содержанія, на пр. A > C, и B > D, то есть, 6 > 2 и 12 > 4: то какая часть C = 2 есть своего цѣлаго A = 6, такая же часть будетъ и D = 4 своего цѣлаго B = 12, то есть, обѣ части будутъ между собою подобны. Ибо C = $\frac{1}{3}$ A, и D = $\frac{1}{3}$ B, то есть, 2 = $\frac{1}{3}$ 6, и 4 = $\frac{1}{3}$ 12; слѣдовательно, по отнятіи ихъ отъ цѣлыхъ, и оставшіяся послѣ нихъ части, на пр. E и F, то есть, 4 и 8, подобныя же будутъ; чего ради будетъ E : A = F : B, то есть 4 : 6 = 8 : 12, или, что все равно, A — C : A = B — D : B, то есть, 6 — 2 : 6 = 12 — 4 : 12 (§. 131.), и A — C : B — D = A : B, то есть, 6 — 2 : 12 — 4 = 6 : 12 (§. 139.); но понеже A : B = C : D, то есть, 6 : 12 = 2 : 4: то будетъ также E : C = F : D, то есть, 4 : 2 = 8 : 4 (§. 131.), или, что все равно, A — C : C = B — D : D, то есть, 6 — 2 : 2 = 12 — 4 : 4, и A — C : B — D = C : D, то есть, 6 — 2 : 12 — 4 = 2 : 4 (§. 139.).

Положимъ, что въ содержаніяхъ A : B и C : D, то есть, 2 : 4 и 6 : 12 оба члены втораго содержанія будутъ больше членовъ перваго содержанія, какъ и есть дѣйствительно: то, для тѣхъже причинъ, будетъ A — C : B — D = C : D, то есть, 2 — 6 : 4 — 12 = 6 : 12. Понеже A = $\frac{1}{3}$ C, и B = $\frac{1}{3}$ D, то есть,

$2 = \frac{1}{3} 6$ и $4 = \frac{1}{3} 12$ суть части изъ своихъ цѣлыхъ между собою подобныя: то, по отнятіи ихъ отъ цѣлыхъ, оставшіяся послѣ нихъ части, на пр. E и F, то есть, 4 и 8 подобныя же будутъ; чего ради E : C = F : D, то есть, 4 : 6 = 8 : 12, или, что все равно, A — C : C = B — D : D, то есть, 2 — 6 : 6 = 4 — 12 : 12 (§. 131.), и A — C : B — D = C : D, то есть, 2 — 6 : 4 — 12 = 6 : 12 (§. 139.); но понеже A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 6 : 12 : то будетъ также, E : A = F : B, то есть, 4 : 2 = 8 : 4 (§. 131.), или, что все равно, A — C : A = B — D : B, то есть, 2 — 6 : 2 = 4 — 12 : 4, и A — C : B — D = A : B, то есть, 2 — 6 : 4 — 12 = 2 : 4 (§. 139). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 155. Слѣдовательно въ пропорціи Геометрической A : B = C : D, то есть, 6 : 12 = 2 : 4, члены содержатся между собою чрезъ вычитаніе (diuidendo, ſeu conuertendo), какъ разность членовъ перваго содержанія къ предъидущему, или послѣдующему тогоже содержанія, такъ разность членовъ другаго содержанія къ предъидущему, или послѣдующему тогоже содержанія, на пр. A — B : A = C — D : C, или, A — B : B = C — D : D, то есть, 6 — 12 : 6 = 2 — 4 : 2, или, 6 — 12 : 12 = 2 — 4 : 4. Понеже A : B = C : D, то есть, 6 : 12 = 2 : 4, по положенію, и A : C = B : D, то есть, 6 : 2 = 12 : 4 (§. 139.); но A — B : C — D = A : C, то есть, 6 — 12 : 2 — 4 = 6 : 2 (§. 154.); слѣдовательно A — B : A = C — D : C, то есть, 6 — 12 : 6 = 2 — 4 : 2 (§. 139.); но понеже A : C = B : D, то есть, 6 : 2 = 12 : 4 : то будетъ также A — B : C — D = B : D, то есть, 6 — 12 : 2 — 4 = 12 : 4 (§. 31.), и A — B : B = C — D : D, то есть, 6 — 12 : 12 = 2 — 4 : 4 (§. 139.).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 156. Понеже изъ предъидущихъ можно видѣть, что всякая Геометрическая пропорція во многихъ другихъ

тихъ видахъ изображена быть можетъ: то не безполезно будетъ, для краткости, всѣ случающїяся въ пропорцїяхъ Геометрическихъ перемѣны здѣсь предложить вообще:

1. Въ пропорцїи Геометрической A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 5 : 10, третей членъ можетъ принятъ быть вмѣсто втораго, а второй вмѣсто третьяго (§. 139), На пр. A : C = B : D, то есть, 2 : 5 = 4 : 10

2. Первой членъ можетъ принятъ быть вмѣсто втораго, а третей вмѣсто четвертаго (§. 138), На пр. A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 5 : 10 будетъ B : A = D : C, то есть, 4 : 2 = 10 : 5.

3. Сумма перваго и втораго члена къ первому содержится, какъ сумма третьяго и четвертаго къ третьему (§. 152). На пр. A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 5 : 10.

будетъ A + B : A = C + D : C
то есть, 2 + 4 : 2 = 5 + 10 : 5
или, 6 : 2 = 15 : 3

4. Сумма перваго и втораго ко второму содержится, какъ сумма третьяго и четвертаго къ четвертому (§. 152.), на пр. A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 5 : 10.

будетъ A + B : B = C + D : D
то есть, 2 + 4 : 4 = 5 + 10 : 10
или, 6 : 4 = 15 : 10
равнымъ образомъ: 4 : 2 + 4 = 10 : 5 + 10
или, 4 : 6 = 10 : 15

5. Сумма перваго и втораго члена къ первому безъ втораго содержится, какъ сумма третьяго и четвертаго къ третьему безъ четвертаго. На пр. A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 5 : 10;

будетъ A + B : A — B = C + D : C — D
то есть, 2 + 4 : 2 — 4 = 5 + 10 : 5 — 10
или, 6 : 2 = 15 : 5

6.

6. Разность между первымъ и вторымъ членомъ къ первому, или, второму содержится, какъ разность между третьимъ и четвертымъ къ третьему, или, четвертому (§. 155.). На пр. A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 5 : 10.

будетъ A — B : A = C — D : C
то есть, 2 — 4 : 2 = 5 — 10 : 5
или, 2 : 2 = 5 : 5
равнымъ образомъ: A — B : B = C — D : D
то есть, 2 — 4 : 4 = 5 — 10 : 10
или, 2 : 4 = 5 : 10.

7. Второй членъ къ четвертому содержится, какъ первой къ третьему. На пр. A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 5 : 10.

будетъ B : D = A : C
то есть, 4 : 10 = 2 : 5.

8. Третей членъ къ первому содержится, какъ четвертой къ второму. На пр. A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 5 : 10,

будетъ C : A = D : B
то есть, 5 : 2 = 10 : 4.

9. Третей членъ къ четвертому содержится, какъ первой къ второму. На пр. A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 5 : 10.

будетъ C : D = A : B
то есть, 5 : 10 = 2 : 4

10. Четвертой членъ къ второму содержится, какъ третей къ первому. На пр. A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 5 : 10.

будетъ D : B = C : A
то есть, 10 : 4 = 5 : 2.

11. Четвертой членъ къ третьему содержится, какъ второй къ первому. На пр. A : B = C : D, то есть, 2 : 4 = 5 : 10.

будетъ D : C = B : A
то есть, 10 : 5 = 4 : 2, и проч.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 157. А понеже о справедливости сихъ перемѣнъ, въ разсужденіи членовъ, не скоро можно увѣриться, по причинѣ з..ивчивости; того ради, для краткости, должно смотрѣть только того что есть-ли во всѣхъ такихъ перемѣнахъ произведеніе крайнихъ членовъ будетъ равно произведенію среднихъ, или, какой знаменатель находится въ первомъ содержаніи, так й же будетъ находиться и въ другомъ: то, въ силу преждедоказанныхъ (§. 118. 135.), всякую Геометрическую пропорцію въ такомъ, или, другомъ видѣ изображенную, должно почитать за справедливую.

ТЕОРЕМА XV.

§. 158. Въ прогрессіи Ариѳметической, a, b, c, d, e, f, g, h, i, то есть, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, поколику между всѣми членами есть одинакая разность, на пр. × = 2, сумма двухъ какихъ ни будь членовъ равна суммѣ другихъ двухъ какихъ ни будь членовъ, которые въ равномъ разстояніи отъ нихъ находятся.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $a-b=h-i$, $b-c=g-h$, $c-d=f-g$, то есть $3-5=17-19$. $5-7=15-17$. $7-9=13-15$ (§ 122.): того ради $a+i=b+h$; $b+h=c+g$, $c+g=d+f$, то есть, $3+19=5+17$, $5+17=7+15$, $7+15=9+13$ (§. 132.); слѣдовательно $a+i=c+g$, $b+h=d+f$, то есть, $3+19=7+15$, $5+17=9+13$ (§. 32.). Ч. и д.

ТЕО-

ТЕОРЕМА XVI.

§. 159. *Въ прогрессіи Ариѳметической, a, b, c, d, e, f, g, h, i, то есть, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, всякой членъ, на пр. e = 11, бываетъ равенъ половинѣ суммы двухъ какихъ нибудь членовъ, которые отъ него въ равномъ разстояніи находятся.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда возьмемъ въ разсужденіе три только слѣдующіе члена, на пр. d, e, f, то есть, 9, 11, 13 то будетъ точно пропорція Ариѳметическая непрерывная (§. 120.), въ которой $d + f = e + e$, то есть, $9 + 13 = 11 + 11$ (§ 133); и слѣдовательно $e = (d + f) : 2$, то есть, $11 = (9 + 13) : 2$. (§. 134): Но доказано, что $d + f = c + g = b + h = a + i$, то есть, $9 + 13 = 7 + 15 = 5 + 17 = 3 + 19$ (§. 158); того ради членъ $e = 11$ будетъ также равенъ половинѣ каждой суммы изъ слѣдующихъ: на пр. $e = (c + g) : 2 = (b + h) : 2 = (a + i) : 2$. то есть, $11 = (7 + 15) : 2 = (5 + 17) : 2 = (3 + 19) : 2$ (§. 31.). Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 160. Такимъ же образомъ доказывается, что и $d = (b + f) : 2 = (a + g) : 2$; также $f = (d + h) : 2 = (c + i) : 2$, и проч.

ТЕОРЕМА XVII.

§. 161. *Въ прогрессіи Ариѳметической, a, b, c, d, e, f, g, h, то есть, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, сумма всѣхъ членовъ равна, (1.) ежели сумма крайнихъ чле-*

новъ, то есть, самаго меньшаго и самаго большаго члена умножена будетъ на все число членовъ, и произведенїе изъ того раздѣлится на два, или, (2) ежели сумма крайнихъ умножена будетъ на половину числа членовъ, или, (3) когда половина суммы крайнихъ умножена будетъ на все число членовъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что членовъ есть чотка, или, ровное, то есть, такое число, которое на 2 дѣлится безъ остатка: то, понеже $a+h=b+g=c+f=d+e$, то есть, $5+26=8+23=11+20=14+17$ (§. 158.), сумма всѣхъ сихъ суммъ, то есть, сумма всѣхъ членовъ произойдетъ, когда всѣ онѣ вмѣстѣ сложены будутъ, или, что все равно, когда одна которая ни будь изъ показанныхъ суммъ, на пр. $a+h=5+26$ взята будетъ столько разъ, сколько ихъ всѣхъ есть числомъ, то есть, когда она умножена будетъ на половину числа членовъ. Понеже число всѣхъ сихъ суммъ составляетъ половину числа членовъ, для того что во всякой изъ оныхъ суммѣ находится по два члена; слѣдовательно, когда которая ни будь сумма, на пр. сумма крайнихъ $a+h=5+26=31$ умножена будетъ на половину числа членовъ: то произведенїе изъ того будетъ сумма всѣхъ членовъ. Что было во вторыхъ.

А когда сумму крайнихъ умножишь на все число членовъ: то произведенїе изъ того будетъ

детъ вдвое больше суммы всѣхъ членовъ, какъ видно изъ доказательства втораго случая; чего ради, раздѣля оное на 2, частное число будетъ сумма всѣхъ членовъ. Ч. 6. во первыхъ.

Но какъ все равно, что хотя сумма крайнихъ членовъ умножена будетъ на все число членовъ, и произведенїе раздѣлено на 2, или, хотя сумма крайнихъ напередъ раздѣлена будучи на 2, то есть, половина оныя, потомъ умножена будетъ на все число членовъ; того ради и въ такомъ случаѣ сумма всѣхъ членовъ будетъ равна половинѣ суммы крайнихъ, умноженной на все число членовъ. Ч. 6. въ третьихъ.

Положимъ, что число членовъ есть неровное, на пр. $a, b, c, d, e, f, g, h, i$, то есть, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29: то будетъ также $a + i = b + h = c + g = d + f$, то есть, $5 + 29 = 8 + 26 = 11 + 23 = 14 + 20$ (§. 158.), и слѣдовательно сумма всѣхъ сихъ суммъ произойдетъ, когда онѣ всѣ вмѣстѣ будутъ сложены. Но какъ въ сумму ихъ не будетъ входить средней членъ $e = 17$, поколику оной не былъ принимаиъ въ сравненїе ни съ какимъ другимъ изъ данныхъ членовъ; того ради, для отвращенїя сего недостатка, сумму крайнихъ $a + i$, то есть, $5 + 29$, умноживъ на все число членовъ, произведенїе изъ того будетъ вдвое больше суммы всѣхъ членовъ, также средняго $e = 17$, и слѣдовательно раздѣля оное на 2, частное число будетъ сумма всѣхъ членовъ, или, что все равно, половину суммы крайнихъ $a + i$, то есть, $5 + 29$ умноживъ на все

число членовъ, произведенïе изъ того будетъ также сумма всѣхъ членовъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 162. Понеже средней членъ, которой остается безъ сравненïя съ другимъ, есть половина суммы другихъ какихъ ни будь членовъ, которые отъ него въ равномъ разстоянïи находятся (§. 159.) и слѣдовательно есть также половина суммы крайнихъ (§. 31.); того ради, умноживъ его на все число членовъ, произведенïе изъ того будетъ сумма всѣхъ членовъ.

ТЕОРЕМА XVIII.

§. 163. *Въ прогрессïи Геометрической*, a, b, c, d, e, f, g, то есть, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, *поколику между всѣми членами есть одинакой знаменатель, на пр.* $x = 2$, *произведенïе двухъ какихъ ни будь членовъ равно произведенïю другихъ двухъ какихъ ни будь членовъ, которые отъ нихъ въ равномъ разстоянïи находятся.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $a : b = f : g$ и $b : c = e : f$, то есть, $3 : 6 = 96 : 192$, и $6 : 12 = 48 : 96$ (§. 122.; того ради будетъ $a \times g = b \times f$, и $b \times f = c \times e$, то есть, $3 \times 192 = 6 \times 96$, и $6 \times 96 = 12 \times 48$ (§. 135.); слѣдовательно $a \times g = c \times e$, то есть, $3 \times 192 = 12 \times 48$ (§. 32.). Ч. н. д.

ТЕОРЕМА XIX.

§. 164. *Въ прогрессïи Геометрической*, a, b, c, d, e, f, g, то есть, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, *всякой членъ, на пр.* $d = 24$, *есть равенъ радиксу, ко-*

торой

торой изъ произведенія двухъ какихъ ни будь членовъ, въ равномъ разстояніи отъ него находящихся, извлеченъ будетъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Естьли приняты будутъ въ разсужденіе три только слѣдующіе члена, на пр. c, d, e, то есть, 12, 24, 48: то будетъ точно пропорція Геометрическая непрерывная (§. 120.), въ которой $c \times e = d \times d$, то есть, $12 \times 48 = 24 \times 24$ (§. 136.); и слѣдовательно $d = \sqrt{c \times e}$, то есть, $24 = \sqrt{12 \times 48}$ (§. 137.). Но какъ доказано, что $c \times e = b \times f = a \times g$, то есть, $12 \times 48 = 6 \times 96 = 3 \times 192$ (§. 163): то средней членъ $d = 24$ будетъ равенъ радиксу, которой изъ произведенія двухъ какихъ ни будь членовъ, въ равномъ разстояніи отъ него находящихся, извлеченъ будетъ. На пр. $d = \sqrt{b \times f} = \sqrt{a \times g}$, то есть, $24 = \sqrt{6 \times 96} = \sqrt{3 \times 192}$ (§. 31.). Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 165. Равнымъ образомъ доказывается, что и $c = \sqrt{b \times d} = \sqrt{a \times e}$, то есть, $12 = \sqrt{6 \times 24} = \sqrt{3 \times 48}$, также $e = \sqrt{d \times f} = \sqrt{c \times g}$, то есть, $48 = \sqrt{24 \times 96} = \sqrt{12 \times 192}$ и проч.

ТЕОРЕМА XX.

§. 166. *Въ прогрессіи Геометрической*, a, b, c, d, e, f, g, *то есть*, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, *разность крайнихъ членовъ къ суммѣ всѣхъ членовъ, безъ самаго большаго, содержится, какъ разность самаго меньшаго и ближняго*

къ нему большаго, къ самому меньшему члену. На пр. $a - g : a + b + c + d + e + f = a - b : a$, то есть, $2 - 128 : 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 2 - 4 : 2$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $g : f = f : e$, $e : d = d : c$, $c : b = b : a$, то есть, $128 : 64 = 64 : 32$, $32 : 16 = 16 : 8$, $8 : 4 = 4 : 2$ (§. 122.): то будетъ также $g - f : f = f - e : e$, $e - d : d = d - c : c$, $c - b : b = b - a : a$, то есть, $128 - 64 : 64 = 64 - 32 : 32$, $32 - 16 : 16 = 16 - 8 : 8$, $8 - 4 : 4 = 4 - 2 : 2$ (§. 155.), и $g - f + f - e + e - d + d - c + c - b + b - a : f + e + d + c + b + a = b - a : a$, то есть, $128 - 64 + 64 - 32 + 32 - 16 + 16 - 8 + 8 - 4 + 4 - 2 : 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 = 4 - 2 : 2$ (§. 151.); Но понеже $g - f + f - e + e - d + d - c + c - b + b - a = a - g$, то есть $128 - 64 + 64 - 32 + 32 - 16 + 16 - 8 + 8 - 4 + 4 - 2 = 2 - 128$, (§. 55.); слѣдовательно $a - g : f + e + d + c + b + a = a - b : a$, то есть, $128 - 2 : 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 = 2 - 4 : 2$ (§. 31.). Ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXI.

§. 167. *Въ прогрессіи Геометрической*, a, b, c, d, e, f, g, то есть, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 138, *знаменатель содержанія*, на пр. $\times = 2$ *безъ единицы къ единицѣ содержится, какъ разность самаго меньшаго и самаго большаго къ суммѣ всѣхъ членовъ, безъ самаго боль-*

большаго. На пр. $x - 1 : 1 = a - g : a + b + c + d + e + f$, то есть, $2 - 1 : 1 = 2 - 128 : 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $1 : x = a : b$, то есть, $1 : 2 = 2 : 4$ (§. 103, 76.), и $x : 1 = b : a$, то есть, $2 : 1 = 4 : 2$ (§. 138.): то будетъ также $x - 1 : 1 = b - a : a$, то есть, $2 - 1 : 1 = 4 - 2 : 2$ (§. 155.). Но $b - a : a = a - g : a + b + c + d + e + f$, то есть, $4 - 2 : 2 = 2 - 128 : 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$ (§. 167.); слѣдовательно и $x - 1 : 1 = a - g : a + b + c + d + e + f$, то есть, $2 - 1 : 1 = 2 - 128 : 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$ (§. 127.). Ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXII.

§. 168. *Въ прогрессіи Геометрической*, a, b, c, d, e, f, g, то есть, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, *сумма всѣхъ членовъ будетъ, когда изъ самаго большаго вычтется самой меньшей, остатокъ раздѣлится на знаменателя, единицею уменьшеннаго, и къ частному числу приложенъ будетъ самой большей членъ.* На пр. $a + b + c + d + e + f + g = \frac{g - a}{x - 1} + g$, то есть, $2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 = \frac{128 - 2}{2 - 1} + 128$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже знаменатель безъ единицы къ единицѣ содержится, какъ разность самаго

большаго и са́маго меньшаго къ суммѣ всѣхъ членовъ, безъ са́маго большаго (§. 167.); того ради, поколику единица не умножаетъ, разность крайнихъ членовъ, то есть, са́маго большаго и са́маго меньшаго, раздѣля на знаменателя безъ единицы, частное число будетъ сумма всѣхъ членовъ, безъ са́маго большаго (§. 173.), которой къ ней приложивъ, будетъ сумма всѣхъ членовъ. Ч. и. д.

ЗАДАЧА XV.

§. 169. *Къ даннымъ тремъ числамъ 3, 5, 8, найти четвертое Ариѳметическое пропорціональное число.*

РѢШЕНІЕ.

1. Второй членъ сложи съ третьимъ.
2. Изъ суммы ихъ вычти первой членъ, остатокъ будетъ четвертое Ариѳметическое пропорціональное число. На пр.

$$\begin{array}{r} 3,\ 5,\ 8. \\ 5 \\ \hline 13 \\ 3 \\ \hline 10 \end{array}$$ четвер. Ариѳм. число.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ пропорціи Ариѳметической сумма крайнихъ членовъ равна суммѣ среднихъ (§. 132.): того ради сумму среднихъ можно принять вмѣсто крайнихъ (§. 31.), и слѣдовательно изъ суммы среднихъ вычетши первой членъ, останется четвертое Ариѳметическое пропорціональное число (§. 48.). Ч. и. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 170. Слѣдовательно, когда въ пропорціи Ариѳметической даны будутъ три послѣдніе члена, на пр. 5, 8, 10, а требуется найти первой членъ: то изъ суммы двухъ первыхъ членовъ вычетши послѣдней членъ, остатокъ будетъ первой членъ. На пр.

$$\begin{array}{r} 5,\ 8,\ 10. \\ 5 \\ \hline 13 \\ 10 \\ \hline 3 \end{array}$$ перв. Ариѳм. число.

ЗАДАЧА XVI.

§. 171. *Къ даннымъ двумъ числамъ 5, 7, найти третіе Ариѳметическое пропорціональное число.*

РѢШЕНІЕ.

1. Второй членъ сложи самъ съ собою.
2. Изъ суммы вычти первой членъ, остатокъ будетъ третіе Ариѳметическое пропорціональное число. На пр.

$$\begin{array}{r} 5,\ 7. \\ 7 \\ \hline 14 \\ 5 \\ \hline 9 \end{array}$$ трет. Ариѳм. число.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ пропорціи Ариѳметической непрерывной сумма крайнихъ членовъ равна среднему члену дважды взятому, или, самому съ собою сложенному (§. 133.); того ради средней членъ, дважды взятой, можно принять за сумму крайнихъ (§ 31.), и слѣдовательно изъ онаго вычетши первой членъ, остатокъ, для тѣхъ же причинъ (§. 48.), будетъ третіе Ариѳметическое пропорціональное число. Ч. н. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 172. Явствуетъ изъ сего доказательства, что между двумя числами, на пр. 5 и 9, среднее Ариѳметическое пропорціональное число = 7 найдется, когда два данныя числа будутъ сложены, и сумма ихъ раздѣлится на 2 (§. 134.). На пр.

5, 9.
5
2 | 14 | 7 среднее Ариѳм. число.

ЗАДАЧА XVII.

§. 173. Къ даннымъ тремъ числамъ 9, 27, 6, найти четвертое Геометрическое пропорціональное число.

РѢШЕНІЕ.

1. Послѣднія два числа умножь между собою.
2. Произведеніе изъ того раздѣли на первой членъ, частное число будетъ четвертое Геометрическое пропорціональное число. На пр.

9, 27, 6.
6
9 | 162 | 18 четвер. Геом. число.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ пропорціи Геометрической произведеніе крайнихъ равно произведенію среднихъ (§. 135.); того ради, принявъ произведеніе среднихъ, вмѣсто произведенія крайнихъ (§. 31), и слѣдовательно раздѣля оное на первой членъ, частное число будетъ четвертое Геометрическое пропорціональное число (§. 67.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 174. Слѣдовательно, когда въ пропорціи Геометрической даны будутъ три послѣднія числа, 27, 6, 18, а требуется найти первой членъ: то произведеніе двухъ

первыхъ

первыхъ членовъ раздѣля на послѣдней членъ, частное число будетъ первое Геом етр. число На пр.

```
     27, 6, 18.
       6
     ----
18 ) 162 ( 9 пер. Геом. число.
```

ЗАДАЧА XVIII.

§. 175. Къ даннымъ двумъ числамъ 8 и 24, найти третїе Геометрическое пропорцїональное число.

РѢШЕНІЕ.

1. Второй членъ умножь самъ на себя.
2. Произведенїе изъ того раздѣли на первой членъ, частное число будетъ третїе Геометрическое пропорцїональное число. На пр.

```
      8, 24.
         24
       ----
         96
        48
       ----
  8 ) 576 ( 72 третїе. Геом. число.
      56
     ----
       16
       16
     ----
```

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ пропорцїи Геометрической непрерывной произведенїе крайнихъ равно произведенїю изъ средняго, самого на себя умноженнаго (§. 136.); того ради средней членъ, самъ на себя умноженной, можно принять за произведенїе крайнихъ (§. 31.), и слѣдовательно раздѣля оное на первой членъ, частное число будетъ третїе Геометрическое пропорцїональное число (§. 67.). Ч. и. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

176. Явствуетъ изъ сего доказательства, что между двумя числами, на пр. 8 и 72, среднее Геометрическое пропорціональное число найдется, когда изъ произведенія двухъ данныхъ чиселъ извлеченъ будетъ квадратной радиксъ (§. 137.). На пр.

```
        8, 72.
           8
      ------
      5,7 6 | 24 сред. Геом. число.
     -4     |
    ----------
  4| 1 76
   | 1 76
```

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 177. Между двумя данными числами среднее Геометрическое пропорціональное число можно найти и примѣняясь, то есть, для произведенія двухъ данныхъ чиселъ должно прибрать такого дѣлителя, на котораго бы свое произведеніе раздѣлилось безъ остатка; и при томъ бы оной дѣлитель, въ разсужденіи знаковъ, равенъ былъ изъ того происшедшему частному числу. Но какъ сіе получается съ бо̀льшимъ трудомъ, нежели по первому случаю: то лучше надлежитъ слѣдовать первому, а сей случай для того только здѣсь показанъ, чтобъ, незнающіе еще извлеченія радикса квадратнаго, могли по крайней мѣрѣ, по сему находить среднее Геометрическое пропорціональное число.

ЗАДАЧА XIX.

§. 178. *Въ прогрессіи Ариѳметической даны, са́мой меньшей членъ* $= 3$, *число всѣхъ членовъ* $= 7$, *и разность оныхъ* $= 2$; *найти са́мой большей членъ, то есть, послѣдней.*

РѢШЕНІЕ.

1. Разность умножь на число членовъ безъ единицы.
2. Къ произведенію приложи са́мой меньшей членъ, сумма будетъ са́мой большой членъ (§. 124.).

(§. 124.). На пр.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 7 - 1 = \underline{6} \\ 12 \\ \underline{3} \end{array}$$

15 са́мой большей членъ.

ЗАДАЧА XX.

§. 179. *Въ прогрессіи Ариѳметической даны, са́мой большей членъ = 15, число всѣхъ членовъ = 7, и разность ихъ = 2; найти са́мой меньшей членъ, то есть, первой.*

РѢШЕНІЕ.

Изъ са́маго большаго члена вычти разность, на число членовъ безъ единицы умноженную, остатокъ будетъ са́мой меньшей членъ, то есть, первой членъ (§. 124.). На пр.

$$\begin{array}{r} 15 \\ 2 \times 7 - 1 = \underline{12} \end{array}$$

3 са́мой меньшей членъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 180. Ежели жъ дана будетъ сумма всѣхъ членовъ = 63, число членовъ = 7, и разность = 2: то, въ такомъ случаѣ, сумму всѣхъ членовъ раздѣля на половину числа членовъ, частное число будетъ сумма крайнихъ (§. 67, 161.), и понеже въ оной находится два раза са́мой меньшей членъ и разность, на число членовъ безъ единицы умноженная (§. 178.); того ради изъ найденной суммы крайнихъ, вычетши разность членовъ на число оныхъ безъ единицы умноженную, и остатокъ раздѣля на 2, частное число будетъ са́мой меньшей членъ. На пр.

$$63 : \tfrac{7}{2} = 18$$

$$2 \times 7 - 1 = \underline{12}$$

2 | 6 | 3 са́мой меньшей членъ.

ЗАДА-

ЗАДАЧА XXI.

§. 181. *Въ прогрессіи Ариѳметической даны, са́мой меньшей членъ = 3, са́мой большей = 15, и число члено́въ = 7; найти разность члено́въ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ са́маго большаго члена вычти са́мой меньшей.
2. Остатокъ раздѣли на число членовъ безъ единицы, частное число будетъ разность членовъ (§. 67.). На пр.

$$\begin{array}{r} 15 \\ 3 \\ \hline 7 - 1 = 6 \,|\, 12 \,|\, 2 \end{array}$$ разность членовъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 182. Ежели жъ дана будетъ сумма всѣхъ членовъ = 63, число членовъ = 7, са́мой меньшей членъ = 3: то, въ такомъ случаѣ, сумму всѣхъ членовъ раздѣля на половину числа членовъ, частное число будетъ сумма крайнихъ (§. 67, 161.); и понеже въ оной суммѣ находится два раза са́мой меньшей, и разность на число членовъ безъ единицы умноженная (§. 124, 178.); того ради изъ найденной суммы крайнихъ вычетши два раза са́мой меньшей членъ, и остатокъ раздѣля на число членовъ безъ единицы, частное число будетъ разность (§. 67.). На пр.

$$\begin{array}{rcl} 63 : \frac{7}{2} & = & 18 \\ 3 \times 2 & = & 6 \\ \hline 7 - 1 = 6 \,|\, & 12 & |\, 2 \end{array}$$ разность членовъ.

ЗАДАЧА XXII.

§. 183. *Въ прогрессіи Ариѳметической даны, са́мой меньшей членъ = 3, разность члено́въ = 2, и са́мой большей членъ = 15; найти число члено́въ.*

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ самаго большаго члена вычти самой меньшей членъ.
2. Остатокъ раздѣли на разность, и къ происшедшему изъ того частному числу приложи единицу, то будетъ число членовъ. На пр.

$$\begin{array}{r|c|l} & 15 & \\ & 3 & \\ \hline 2 & 12 & 6 \\ & & \frac{1}{7} \text{ число членовъ.} \end{array}$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 184. Естьли же дана будетъ сумма всѣхъ членовъ = 63, самой меньшей членъ = 3, и самой большей = 15: то, въ такомъ случаѣ, сумму всѣхъ членовъ раздѣля на половину суммы крайнихъ частное число будетъ число всѣхъ членовъ (§. 67.). На пр.

$$15 + 3 = 18 : 2 = 9 \left| \begin{array}{c} 63 \\ \underline{63} \end{array} \right| 7 \text{ число членовъ.}$$

Или, сумму всѣхъ членовъ раздѣля на всю сумму крайнихъ, и частное число умноживъ на 2, произведеніе изъ того будетъ число членовъ. (§. 161.). На пр.

$$15 + 3 = 18 \mid 63 \mid 3\tfrac{1}{2} \times 2 = 7 \text{ число членовъ.}$$

ЗАДАЧА XXIII.

§. 185. *Въ прогрессіи Ариѳметической даны, самой меньшей членъ, самой большей и число членовъ; найти сумму всѣхъ членовъ.*

РѢШЕНІЕ.

Понеже, или число членовъ, или сумма крайнихъ может быть число неровное: то

1. Естьли сумма крайнихъ будетъ число ровное, а число членовъ неровное: то, въ такомъ случаѣ, половину суммы крайнихъ

умноживъ на все число членовъ, произведенïе изъ того будетъ сумма всѣхъ членовъ (§. 161.). На пр.

Са́мой большей членъ = 15
Са́мой меньшей = 3 число член. = 7
сумма крайнихъ 18 есть чис. неров.
то будетъ 18 : 2 = 9 × 7 = 63 сумма всѣхъ чл.

2. Естьли же сумма крайнихъ будетъ число неровное, а число членовъ ровное: то, въ такомъ случаѣ, сумму крайнихъ, умноживъ на половину числа̀ членовъ, произведенïе изъ того будетъ также сумма всѣхъ членовъ (§. 161.). На пр.

Са́мой большей членъ = 18
Са́мой меньшей = 3
Сумма крайнихъ = 21 есть чис. неров.
то будетъ 21 × 6 : 2 = 63 сумма всѣхъ чл.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 186. Изъ чего видно, что сумма всѣхъ членовъ, въ разсужденïи обоихъ случаевъ, найдется такимъ образомъ, когда сумма крайнихъ умножена будетъ на все число членовъ, и произведенïе изъ того раздѣлится на 2. (§. 161.). На пр.

Са́мой меньшей членъ = 3
Са́мой большей = 18, число членовъ = 6
21
6
2) 126 (63 сум. всѣхъ членовъ.

Также

Са́мой меньшей членъ = 3
Са́мой большей = 15 число членовъ = 7
18
7
2) 126 (63 сумма всѣхъ членовъ.

ЗАДАЧА

ЗАДАЧА XXIV.

§. 187. Въ прогрессіи Ариѳметической даны, самой меньшей членъ, разность членовъ и сумма всѣхъ членовъ; найти число членовъ.

РѢШЕНІЕ.

Первой случай. Когда самой меньшей членъ, вдвое взятой, будетъ больше разности: то

1. Изъ самаго меньшаго члена, два раза взятаго, вычти разность и остатокъ раздѣли на оную жъ разность.
2. Изъ найденнаго такимъ образомъ частнаго числа возьми половину, оную умножь саму на себя, и произведеніе изъ того сложи съ суммою всѣхъ членовъ, взятою два раза и раздѣленною на разность.
3. Потомъ изъ прошедшей сей суммы извлеки квадратной радиксъ (§. 264.), и изъ онаго вычти показанную половину частнаго числа, остатокъ будетъ число членовъ. На пр.

Самой меньшей членъ $=$ 14
разность членовъ $=$ 5
Сумма всѣхъ членовъ $=$ 203.

то будетъ $14 \times 2 = 28 - 5 = 23 : 5 = 4\frac{3}{5} : 2 = \frac{23}{10} \times \frac{23}{10} = \frac{529}{100} + (203 \times 2 : 5) = 86\frac{49}{100} = \frac{8649}{100} = \sqrt{\frac{8649}{100}} = \frac{93}{10} - \frac{23}{10} = \frac{70}{10} = 7$ число членовъ.

Второй случай. Когда меньшей членъ, вдвое взятой, будетъ меньше разности: то

1. Дважды взятой меньшей членъ, вычти изъ разности, и остатокъ раздѣли на оную жъ разность.
2. Изъ найденнаго такимъ образомъ частнаго числа возьми половину, и оную умножь

саму на себя, а произведеніе изъ того сложи съ суммою всѣхъ членовъ, два раза взятою и раздѣленною на разность.

3. Потомъ изъ произшедшей сей суммы извлеки квадратной радиксъ (§ 264.) и къ оному придай показанную половину частнаго числа, сумма будетъ желаемое число членовъ. На пр.

Самой меньшей членъ = 2
разность = 5
сумма всѣхъ членовъ = 87.

то будетъ $2 \times 2 = 4 - 5 = 1 : 5 = \frac{1}{5} : 2 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} + (87 \times 2 : 5) = 34\frac{81}{100} = \frac{3481}{100} = \sqrt{\frac{3481}{100}} = \frac{59}{10} + \frac{1}{10} = \frac{60}{10} = 6$ число членовъ.

ЗАДАЧА XXV.

§. 188. *Въ прогрессіи Ариѳметической даны, самой меньшей членъ, разность и одинъ такой членъ, которой, будучи умноженъ на число членовъ, равняется суммѣ всѣхъ членовъ; найти число членовъ, и сумму всѣхъ оныхъ.*

РѢШЕНІЕ.

Первой случай. Когда меньшей членъ, вдвое взятой, будетъ больше разности: то

1 Изъ дважды взятаго даннаго члена вычти разность, какая будетъ между дважды взятымъ меньшимъ членомъ и разностью.

2 Остатокъ раздѣли на оную жъ разность, частное число будетъ число членовъ, которое сыскавъ, можно будетъ найти и сумму всѣхъ членовъ (§. 178. 185.). На пр.

Самой меньшей членъ = 3
разность членовъ = 2
данной членъ = 10

то

то будетъ 10×2=20+(3×2—2)=16:2=8 число членовъ а 2×(8—)1=14+3=17 +3=20×8=160:2=80 сумма всѣхъ членовъ.

Второй случай. Когда меньшей членъ, вдвое взятой будетъ меньше разности: то

1 Съ дважды взятымъ даннымъ членомъ сложи разность, какая будетъ между дважды взятымъ меньшимъ членомъ и разностью.

2 Сумму раздѣли на разность, частное число будетъ число членовъ, которое сыскавъ, можно будетъ найти и сумму всѣхъ членовъ (§. 178, 185.). На пр.

Самой меньшей членъ = 2
разность членовъ = 5
данной членъ = 17

то будетъ 17×2=34+(2×2—5)=35:5=7 число членовъ; а 5×(7—1)=30+2=34×7=238:2=119 сумма всѣхъ членовъ.

ЗАДАЧА XXVI.

§. 189. *Въ прогрессїи Ариѳметической даны, самой меньшей членъ, число членовъ и одинъ такой членъ, которой будучи умноженъ на число членовъ, равняется суммѣ всѣхъ членовъ; найти разность и сумму всѣхъ членовъ.*

РѢШЕНIЕ.

1. Изъ дважды взятаго даннаго члена вычти, два раза взятой, меньшей членъ.
2. Остатокъ раздѣли на число членовъ безъ единицы, частное число будетъ разность.

На пр.

Самой меньшей членъ = 1
число членовъ = 4
данной членъ = 7

то будетъ 7 × 2 = 14 — (1 × 2) = 12 : (4 — 1) = 4 разность; а 4 — 1 × 3 = 12 + 1 = 13 + 1 = 14 × 4 = 56 : 2 = 28 сумма всѣхъ членовъ. (§. 178, 175.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 190. Сіи три послѣднія задачи, хотя и принадлежатъ единственно къ Алгебрѣ; только здѣсь предложены для того, чтобъ показать, что и Алгебраическія задачи, хотя съ большимъ трудомъ, токмо рѣшены быть могутъ и чрезъ Ариѳметику.

ЗАДАЧА XXVII.

§. 191. *Въ прогрессіи Геометрической даны, са́мой меньшей членъ = 3, знаменатель = 2 и число членовъ = 8; найти са́мой большей членъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Знаменателя содержанія умножь самого на себя столько разъ, сколько есть всѣхъ членовъ съ искомымъ, безъ двухъ.
2. На него такимъ образомъ умноженнаго умножь са́мой меньшей членъ, произведеніе изъ того будетъ са́мой меньшей членъ (§. 126.). На пр.
   2 × 2 = 4 × 2 = 8 × 2 = 16 × 2 = 32 × 2 = 64 × 2 = 128 × 3 = 384 са́мой большей членъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 192. Естьли дана будетъ сумма всѣхъ членовъ = 765, са́мой меньшей членъ = 3 и знаменатель = 2: то, въ такомъ случаѣ, са́мой большей членъ найдется, когда сумма всѣхъ членовъ умножится на знаменателя безъ единицы, къ произведенію приданъ будетъ самой меньшей членъ, и напослѣдокъ сумма сія раздѣлится на знаменателя (§. 167.). На пр.

765 × (2 — 1) = 765 + 3 = 768 : 2 = 384 са́мой большей членъ.

ЗАДА-

ЗАДАЧА XXVIII.

§. 193. Въ прогрессїи Геометрической даны, са́мой большей членъ = 384, знаменатель = 2 и число членовъ = 8; найти са́мой меньшей членъ.

РѢШЕНІЕ.

Са́мой большей членъ раздѣли на знаменателя, показаннымъ образомъ (§. 191.) умноженнаго, частное число будетъ са́мой меньшей членъ (§. 67.). На пр.

2 × 2 = 4 × 2 = 8 × 2 = 16 × 2 = 32 × 2 = 64 × 2 = 128 : 384 = 3 са́мой меньшей членъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 194. Ежели же дана будетъ сумма всѣхъ членовъ = 765, са́мой большей членъ = 384, знаменатель = 2: то, въ такомъ случаѣ, сумму всѣхъ членовъ, безъ са́маго большаго, умноживъ на знаменателя безъ единицы, и произведенїе вычетши изъ са́маго большаго, остатокъ будетъ самой меньшей членъ (§. 167.). На пр.

765 — 384 = 381 × (2 — 1) = 381 — 384 = 3 са́мой меньшей членъ.

ЗАДАЧА XXIX.

§. 195. Въ прогрессїи Геометрической даны са́мой меньшей членъ = 3, са́мой большей = 384 и сумма всѣхъ членовъ = 765; найти знаменатель.

РѢШЕНІЕ.

1. Са́мой меньшей членъ вычти изъ са́маго большаго.
2. Остатокъ раздѣли на сумму всѣхъ членовъ, безъ са́маго большаго, и къ частному числу приложи единицу, сумма сїя будетъ знаменатель (§. 167.). На пр.

384 — 3 = 381 : (765 — 384) = 1 + 1 = 2 знаменатель.

Или

1. Изъ суммы всѣхъ членовъ вычти са́мой большей членъ.

2. На остатокъ раздѣли разность, какая будетъ между са́мымъ меньшимъ и са́мымъ большимъ членомъ.

3. Къ произшедшему изъ того частному числу приложи единицу, сумма будетъ знаменатель (§. 167.). На пр.

765 — 384 = 381 : (3 — 384) = 1 + 1 = 2 знаменатель.

ЗАДАЧА XXX.

§. 196. *Въ прогрессiи Геометрической даны, са́мой меньшей членъ = 3, са́мой большей = 384, знаменатель = 2; найти число членовъ.*

РѢШЕНIЕ.

1. На са́мой меньшей членъ раздѣли са́мой большей.

2. Знаменателя умножай само́го на себя до тѣхъ поръ, какъ онъ будетъ равенъ частному числу, которое происходитъ изъ раздѣленiя са́маго большаго члена на са́мой меньшей.

3. Сколько разъ такимъ образомъ знаменатель будетъ умноженъ, запиши, и приложивъ къ тому двѣ единицы, будетъ число всѣхъ членовъ (§. 126.). На пр.

3 : 384 = 128

2 × 2 = 4 × 2 = 8 × 2 = 16 × 2 = 32 × 2 = 64 × 2 = 128.

Понеже знаменатель 2 самъ на себя умноженъ здѣсь шесть разъ; того ради къ 6 приложивъ 2, сумма = 8 будетъ число членовъ.

ЗАДА-

ЗАДАЧА XXXI.

§. 197. Вѣ прогрессіи Геометрической даны, самой меньшей членѣ = 3, знаменатель = 2, и число членов = 8; найти сумму всѣхѣ членовѣ.

РѢШЕНІЕ.

1. Найди самой большей членъ (§. 191.).
2. Изъ онаго вычти самой меньшей.
3. Остатокъ раздѣли на знаменателя, единицею уменьшеннаго, и къ частному числу приложи самой большей; такимъ образомъ будетъ сумма всѣхъ членовъ (§. 167.).

На пр.

$2 \times 2 = 4 \times 2 = 8 \times 2 = 16 \times 2 = 32 \times 2 = 64 \times 2 = 128 \times 3 = 384 - 3 = 381 : (2 - 1) = 381 + 384 = 765$ сумма всѣхъ членовъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, какъ знаменатель, единицею уменьшенной, содержится къ единицѣ, такъ разность между самымъ меньшимъ и самымъ большимъ членомъ, къ суммѣ всѣхъ членовъ, безъ самаго большаго (§. 167.): то, поколику единица не умножаетъ, разность крайнихъ членовъ раздѣля на знаменателя безъ единицы, частное число будетъ сумма всѣхъ членовъ безъ самаго большаго (§. 173.), которой къ ней приложивъ, будетъ сумма всѣхъ членовъ. Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 198. Что принадлежитъ до другихъ задачъ Ариѳметической и Геометрической прогрессіи, объ оныхъ въ Алгебрѣ пространнѣе будетъ упомянуто; поколику оныя единственно до оной принадлежатъ.

ГЛАВА ПЯТАЯ
О *ДРОБЯХЪ, ИЛИ ЛОМАНЫХЪ ЧИСЛАХЪ.*

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.
§. 199.

Дробь, или, *ломаное число* (Fractio, sine, numerus fractus) есть часть цѣлаго, или, единицы, которая какое ни будь цѣлое число, изъ извѣстнаго числа частей состоящее, представляетъ.

Положимъ, что цѣлое число на четыре равныя части раздѣлено, и изъ тѣхъ частей одна, или больше, берется, на пр. три: то число, такую часть цѣлаго изображающее, какъ, три четвертыхъ, или, три четверти, *числомъ ломанымъ*, или, *дробью* называется.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 200. Слѣдовательно дробь состоитъ изъ двухъ чиселъ, изъ которыхъ одно показываетъ, на сколько частей какое цѣлое раздѣлено, и называется *знаменатель* (denominator), а другое, которое показываетъ, сколько тѣхъ частей взято, называется *числитель* (numerator).

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 201. Дробь изображается, поставляя знаменателя внизу, а числителя вверьху, и одного отъ другаго проведенною между ими линѣечкою отдѣляя. На пр. Ежели какое цѣлое число будетъ раздѣлено на четыре равныя части, и изъ тѣхъ

частей

частей возмутся три: то числитель будетъ 3, а знаменатель 4, и изображается слѣдующимъ образомъ: $\frac{3}{4}$. И ежели бы дробь $\frac{3}{4}$ относилась къ извѣстному цѣлому числу, на пр. къ аршину: то бы она означала, что аршинъ должно раздѣлить на четыре равныя части, и такихъ частей взять три.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 202. Происхожденіе дробей иные производятъ отъ дѣленія, и называютъ дробь *частнымъ числомъ*, которое происходитъ отъ дѣленія, когда дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ, или, ни одного раза не можетъ содержаться, или, не совершенно но нѣсколько токмо разъ содержится; тогда дѣлитель будетъ знаменатель, а дѣлимое число числитель. Тожъ самое разумѣть должно и о остаткѣ отъ дѣлимаго числа, что сказано о цѣломъ дѣлимомъ числѣ. Ибо и въ такомъ случаѣ правильно почитается остатокъ за числителя, а дѣлитель за знаменателя.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§. 203. Дробь, въ которой числитель есть равенъ знаменателю, на пр. $\frac{4}{4}$, равна цѣлому, поколику въ оной столько частей берется, сколько ихъ цѣлое имѣетъ; а въ которой дроби числитель меньше своего знаменателя, та дробь, поколику въ ней не всѣ части, но нѣсколько токмо ихъ берется, есть меньше цѣлаго. На пр. $\frac{3}{4}$; въ которой же наконецъ дроби числитель будетъ больше знаменателя, та дробь, поколику въ ней больше частей берется, нежели сколько ихъ цѣлое имѣетъ, есть больше цѣлаго. На пр. $\frac{5}{4}$.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 204. Чего ради количество, или, величина дроби въ содержанiи числителя ея къ знаменателю состоитъ, и слѣдовательно тѣ дроби будутъ между собою равны, въ которыхъ числители къ своимъ знаменателямъ имѣютъ одинакое содержанiе (§. 130.). На пр. дроби $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{7}{21}$ будутъ между собою равны. Ибо числители всѣхъ сихъ данныхъ дробей въ своихъ знаменателяхъ по три раза содержатся. Напротивъ того та дробь, коей числитель въ своемъ знаменателѣ больше разъ содержится, нежели другiя дроби числитель въ своемъ знаменателѣ, будетъ меньше оной другой. На пр. $\frac{3}{21}$ меньше, нежели $\frac{8}{16}$ для того, что $\frac{3}{21}$ седьмую часть, а $\frac{8}{16}$ половину того же цѣлаго изображаютъ.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 205. И такъ дробь увеличивается, когда или числитель увеличится, или знаменатель уменьшится. Ибо въ первомъ случаѣ больше частей берется, а въ другомъ цѣлое на большiя части раздѣляется. Напротивъ того дробь уменьшится, когда или числитель уменьшается, или знаменатель увеличивается. Ибо въ первомъ случаѣ меньше частей возмется, а въ другомъ тоже цѣлое на меньшiя части раздѣлится.

ПРИБАВЛЕНIЕ 3.

§. 206. Изъ чего видно, что естьли какой ни будь дроби, на пр. $\frac{4}{6}$, какъ числитель, такъ и знаменатель будутъ умножены, или раздѣлены на одно третiе число, на пр. 2: то, въ первомъ случаѣ, произведенiя $\frac{8}{12}$, а въ другомъ, частныя числа $\frac{2}{3}$, составятъ дробь равную данной (§. 114, 141, и 146.).

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXXI.

§. 207. *Прапильная дробь* (fractio pura, propria) называется та, коей числитель есть меньше своего знаменателя. На пр. $\frac{2}{3}$. Напротивъ дробь *неправильная* (fractio impura, impropria, spuria) есть та, коей числитель, или равенъ своему знаменателю, или больше его. На пр. $\frac{5}{5}$ и $\frac{8}{5}$. Наконецъ *смѣшенная дробь* (fractio mixta) есть, при которой находится цѣлое число. На пр. $3\frac{2}{5}$.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 208. *Общей дѣлитель* (communis diuiſor maximus) дроби есть такое число, на которое и числитель, и знаменатель дроби дѣлится безъ остатка, такъ что уже произшедшія изъ того новыя дроби, данной равныя, числитель и знаменатель ни на какое другое, по изволенію взятое число, безъ остатка не раздѣлится.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 209 *Уменьшеніе*, или *сокращеніе* (Reductio fractionis ad minimos terminos) дроби есть такое дѣйствіе, чрезъ которое находится данной дроби другая равная, токмо въ меньшихъ числахъ.

ЗАДАЧА XXXII.

§. 210. *Изъ неправильной дроби выключить цѣлыя числа.*

РѢШЕНІЕ.

Числителя раздѣли на знаменателя, частное число будетъ число цѣлыхъ, то есть, такое число, которое будетъ показывать, сколько цѣлыхъ въ той дроби находится; а остатокъ, естьли будетъ какой, представь въ дроби (§. 201, и 202.). На пр.

$\frac{24}{6}$) 24 (4 также $\frac{23}{5}$ | 23 | $4\frac{3}{5}$.

| 20 |

3

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Частное число 4 показываетъ, сколько разъ знаменатель 6 въ числителѣ 24 содержится (§. 114, 112, 76.); но знаменатель есть тоже самое, что и цѣлое число (§. 200.):

Слѣ-

Слѣдовательно частное число показываетъ, сколько разъ цѣлое число въ дроби содержится, и потому оно будетъ число цѣлыхъ. Ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXIII.

§ 211. *Смѣшенную дробь привести въ неправильную.*

РѢШЕНІЕ.

1. Цѣлое число умножь на знаменателя дроби.
2. Произшедшее изъ того произведенїе сложи съ числителемъ ея.
3. Потомъ подъ сумму подпиши тойже дроби знаменателя. Такимъ образомъ изъ смѣшенной дроби произойдетъ дробь неправильная. На пр. $2\frac{3}{5} = 2 \times 5 = 10 + 3 = \frac{13}{5}$.

ЗАДАЧА XXXIV.

§. 212. *Цѣлое число привести въ дробь.*

РѢШЕНІЕ.

Подъ цѣлымъ числомъ проведи линѣечку, и подпиши единицу. Такимъ образомъ цѣлое число будетъ представлено въ дроби. На пр. $5 = \frac{5}{1}$ и проч.

ЗАДАЧА XXXV.

§. 213. *Цѣлое число привести въ дробь, когда данъ будетъ знаменатель оныя дроби.*

РѢШЕНІЕ.

1. Цѣлое число умножь на даннаго знаменателя, произведенїе изъ того будетъ числитель дроби къ данному ея знаменателю. На пр. цѣлое число $= 3$, знаменатель дроби $= 8$.

будетъ $3 \times 8 = \frac{24}{8}$.

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже какъ единица къ данному цѣлому числу 3 содержится, такъ данной знаменатель къ произведенїю 24, то есть, 1 : 3 = 8 : 24 (§. 66.); Но единица и данной знаменатель есть тоже самое, что и цѣлое число (§. 200); того ради найденная дробь $\frac{24}{8}$ данному цѣлому числу 3 есть равна (§. 130.), и слѣдовательно цѣлое число въ дробь приведно. Ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXVI.

§. 214. *Найти общаго дѣлителя*, то есть, *найти такое число, на которое бы, какъ числитель, такъ и знаменатель какой ни будь данной дроби могъ раздѣлиться безъ остатка.*

РѢШЕНIЕ.

1. Знаменателя данной дроби раздѣли на числителя ея.
2. Потомъ на остатокъ, какой будетъ отъ перваго дѣленїя, раздѣли его дѣлителя, то есть, числителя дроби.
3. Равнымъ образомъ на остатокъ, какой будетъ отъ втораго дѣленїя, раздѣли дѣлителя втораго жъ дѣленїя, и такъ далѣе продолжай до тѣхъ поръ, какъ раздѣлится безъ остатка. Такимъ образомъ послѣдней дѣлитель будетъ общей дѣлитель. На пр. дроби $\frac{168}{240}$ найдется общей дѣлитель 24 слѣдующимъ образомъ:

168 | 240 | 1
     | 168 |
72 | 168 | 2
     | 144 |
общей дѣлитель = 25 | 72 | 3
     | 72 |

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже на послѣдней дѣлитель 24 дѣлится безъ остатка дѣлитель 72 предъидущаго, то есть, втораго дѣлителя; того ради раздѣлится также безъ остатка на оной и дѣлимое число 168 предъидущаго, то есть, втораго дѣленія, потому что оно изъ дѣлимаго 72, послѣдняго дѣленія, нѣсколько разъ взятаго (въ семъ случаѣ дважды), и изъ дѣлителя 24 того же дѣленія состоитъ. По чему, когда на послѣдней дѣлитель дѣлится безъ остатка одно изъ данныхъ чиселъ, на пр. 168, то есть, числитель, и остатокъ отъ перваго дѣленія 72: то раздѣлится также и другое изъ данныхъ, на пр. 240, то есть, знаменатель; потому что оно изъ меньшаго, то есть, 168 нѣсколько разъ взятаго (въ семъ случаѣ однажды), и изъ остатка отъ перваго дѣленія, то есть, 72 состоитъ; слѣдовательно последней дѣлитель есть общей дѣлитель обоихъ данныхъ чиселъ, то есть, какъ числителя, такъ и знаменателя. (§. 208.). Ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXVII.

§. 215. *Данную дробь въ меньшихъ числахъ представить, то есть, найти такую дробь, которая бы въ меньшихъ числахъ изображалась, а была бы равна данной дроби.*

РѢШЕНІЕ.

1. Найди общаго дѣлителя (§. 214.).
2. На него какъ числителя, такъ и знаменателя раздѣли, частныя числа составятъ искомую дробь, и равную данной дроби. (§. 204, 146.).

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 216. Понеже, изъ раздѣленія какого ни будь числа на единицу, частное число бываетъ тоже дѣлимое (§. 76, 130.); того ради, естьли какой ни будь дроби общей дѣлитель будетъ единица, та дробь въ меньшихъ числахъ представлена быть не можетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 217. Ежели числитель и знаменатель какой ни будь дроби будутъ не большія числа на пр. $\frac{48}{72}$: то въ такомъ случаѣ общаго дѣлителя, для уменьшенія помянутой дроби, не искать показаннымъ образомъ, для того чтобъ не имѣть продолженія въ дѣйствіи, но смотрѣть только того изъ умноженія, то есть, изъ какихъ чиселъ числитель и знаменатель данной дроби происходятъ, и естьли въ обоихъ найдется одинакое умножаемое число: то, поколику на него какъ числитель, такъ и знаменатель раздѣлятся безъ остатка, будетъ оно общей дѣлитель.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 218. Хотябы какая дробь и изъ большихъ чиселъ состояла, однако можно и такую дробь, не находя для оной общаго дѣлителя, уменьшать слѣдующимъ образомъ: Должно смотрѣть не послѣдніе знаки, что отъ правой руки, числителя и знаменателя, и прибирать для нихъ, по изволенію, такого дѣлителя, на которой бы они могли раздѣлиться безъ остатка; потомъ должно смотрѣть также и на послѣдніе знаки, произшедшія изъ того новой дроби, и принять по изволенію для оной такого дѣлителя, на которой бы также числитель и знаменатель ея могъ раздѣлиться безъ остатка, и сіе дѣйствіе до тѣхъ поръ продолжать, какъ уже ни на какого, по изволенію взятаго дѣлителя, не можно будетъ раздѣлить числителя и знаменателя дроби. Ибо и такимъ образомъ найденная послѣдняя дробь, будетъ изображаться въ меньшихъ числахъ, и дан-

ной дроби равна. На пр. $\frac{1134}{1512} = \frac{3}{4}$, найдется по сему правилу слѣдующимъ образомъ:

$$\frac{1134}{1512} \Big| \overbrace{\frac{567}{756}}^{2} \Big| \overbrace{\frac{189}{252}}^{3} \Big| \overbrace{\frac{63}{84}}^{3} \Big| \overbrace{\frac{21}{28}}^{3} \Big| \overbrace{\frac{3}{4}}^{7}$$

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 219. А чтобъ можно было уменьшать дроби способнѣе и скоряе по показанному правилу (§. 218.): то небезполезно будетъ знать слѣдующія правила:

1. Всякое число можетъ раздѣлено быть безъ остатка на 2, въ которомъ послѣдней знакъ, отъ правой руки, дѣлится на 2.
2. На 3 можно раздѣлить безъ остатка всякое такое число, въ которомъ сумма всѣхъ знаковъ, дѣлится на 3.
3. На 4 можно раздѣлить безъ остатка такое число, въ которомъ два послѣдніе знака, отъ правой руки, дѣлятся на 4.
4. На 5 всякое число можетъ раздѣлено быть, въ которомъ послѣдней знакъ, отъ правой руки, будетъ 5, или 0.
5. Раздѣлится безъ остатка на 6 то число, въ которомъ послѣдней знакъ, отъ правой руки, какъ на 2, такъ и на 3 дѣлится.
6. На 8 безъ остатка можно раздѣлить то число, въ которомъ три послѣдніе знака, отъ правой руки, дѣлятся на 8.
7. На 9 дѣлятся безъ остатка всѣ тѣ числа, въ которыхъ сумма всѣхъ знаковъ, дѣлится на 9.
8. Всякое число раздѣлится на 10 безъ остатка, въ которомъ послѣдней знакъ, отъ правой руки, будетъ 10, или 0.

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 220. А чтобы узнать, дѣлится, или нѣтъ безъ остатка какое ни будь число на 7, на то правила показать не можно; но токмо надлежитъ отвѣдывать дѣленіемъ.

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ 5.

§. 221. Дробь въ меньшія числа приводится, или для скорѣйшаго и удобнѣйшаго вычисленія, или чтобъ лучше понять, какая она будетъ часть своего цѣлаго. На пр. $\frac{2}{3}$ сажени, лучше понять можно, что онѣ значатъ тоже самое, что и 2 аршина, нежели $\frac{14}{21}$ тогоже цѣлаго, то есть, сажени, хотя впрочемъ обѣ дроби, то есть $\frac{2}{3}$ и $\frac{14}{21}$ одну такую жъ часть онаго цѣлаго изображаютъ.

ЗАДАЧА XXXVIII.

§. 222. *Дроби, разныхъ знаменателей имѣющія, привести къ одному знаменателю.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Первой случай. Когда даны будутъ двѣ только дроби, на пр. $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$: то

1. Числителя и знаменателя первой дроби, умножь на знаменателя другой. На пр. $\frac{2}{3}\times\frac{4}{4}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.
2. Потомъ числителя и знаменателя второй дроби умножь на знаменателя первой. На пр. $\frac{3}{4}\times\frac{3}{3}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$. Такимъ образомъ произошли дроби, имѣющія одинакаго знаменателя, и даннымъ равныя (§. 206).

Второй случай. Когда даны будутъ три дроби, на пр. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{7}$, или и болѣе: то

1. Числитель и знаменатель первой дроби умножается на знаменателей второй и третей дроби. На пр. $\frac{2}{3}\times\frac{4}{4}\times\frac{7}{7}=\frac{56}{84}=\frac{2}{3}$.
2. Потомъ числитель и знаменатель второй дроби умножается на знаменателей первой и третей дроби. На пр. $\frac{3}{4}\times\frac{3}{3}\times\frac{7}{7}=\frac{63}{84}=\frac{3}{4}$.
3. Наконецъ числитель и знаменатель третьей дроби умножается на знаменателей пер-

вой и второй дро́би. На пр. $\frac{6}{7} \times \frac{3}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{72}{84} = \frac{6}{7}$. Такимъ образомъ, вмѣсто данныхъ дробей $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{6}{7}$ произойдутъ дро́би, одинакаго знаменателя имѣющїя, и даннымъ равныя $\frac{56}{84}, \frac{63}{84}, \frac{72}{84}$. Такимъ же образомъ должно поступать, когда дано будетъ большее число дробей, то́ есть, надлежитъ умножать каждой дро́би числителя и знаменателя на знаменателя прочихъ дробей.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Всѣхъ дробей, сколько ихъ ни будетъ дано, знаменателей между собою умножь, и произведенїе изъ того, которое *общимъ знаменателемъ* называется, на знаменателя каждой дро́би раздѣли, а частное чи́сло на числителя тойже дро́би умножь: или́, что все равно, найденнаго общаго знаменателя на числителя каждой дро́би умножь, а произведенїе на знаменателя тойже дро́би раздѣли. Такимъ образомъ, какъ произведенїя, такъ и частныя чи́сла будутъ числители искомыхъ дробей; изъ которыхъ подъ каждаго особливо, подписавъ общаго знаменателя, выдетъ то, что требовано, то есть, дро́би имѣющїя разныхъ знаменателей, приведутся подъ одинакаго знаменателя даннымъ будутъ равныя. На пр. даны дро́би $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}$, которыя будутъ подъ одинакимъ знаменателемъ чрезъ сїе рѣшенїе слѣдующимъ образомъ: $3 \times 2 = 6 \times 5 = 30$, и $30 : 3 = 10 \times 2 = 20$, то есть, вмѣсто дро́би $\frac{2}{3}$, будетъ $\frac{20}{30}$, также $30 : 2 = 15 \times 1 = 15$, то есть, вмѣсто $\frac{1}{2}$, будетъ $\frac{15}{30}$; наконецъ $30 : 5 = 6 \times 3 = 18$, то

есть;

есть, вмѣсто $\frac{2}{5}$, будетъ $\frac{18}{30}$; и потому вмѣсто дробей $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, будетъ $\frac{20}{30}$, $\frac{15}{30}$, $\frac{18}{30}$.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 223. Что сказано во второмъ рѣшеніи, оное короче можно здѣлать слѣдующимъ образомъ: Когда всѣхъ данныхъ дробей знаменатели между собою умножаются: то тѣ знаменатели, которые въ другихъ данныхъ содержатся безъ остатка, выпускаются, а умножаются только тѣ, кои въ другихъ равно не содержатся. И такъ чрезъ сіе общей знаменатель будетъ меньше, а потому и раздѣлится скоряе, и частное число, изъ того произшедшее, также удобнѣе умножится. На пр. даны дроби $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{9}$: то поколику 4 въ 8, а 3 въ 9 содержатся безъ остатка, умноживъ токмо 8 на 9, произведеніе 72, будетъ общей знаменатель гораздо меньше того, какой бы изъ умноженія всѣхъ знаменателей между собою произошелъ, какъ на пр. $4 \times 3 = 12 \times 8 = 96 \times 9 = 864$.

ЗАДАЧА XXXIX.

§. 224. *Сложить данныя дроби.*

РѢШЕНІЕ.

Перпой случай. Когда даны будутъ дроби, имѣющія одинакихъ знаменателей: то, сложивъ всѣхъ числителей, подъ суммою ихъ подпиши знаменателя; дробь изъ того произшедшая, будетъ сумма данныхъ дробей. На пр.

	9
$\frac{2}{9}$	2
$\frac{4}{9}$	4
$\frac{8}{9}$	8
	$\frac{14}{9}$ сумма.

Второй случай. Когда даны будутъ дроби, имѣющія разныхъ знаменателей: то во-

 пер-

первыхъ надлежитъ привести ихъ къ одинакому знаменателю (§. 222.), а потомъ далѣе поступать съ ними, какъ въ первомъ случаѣ показано. На пр.

	216
$\frac{2}{9}$	48
$\frac{3}{4}$	162
$\frac{5}{6}$	180
	$\frac{390}{216}$ сумма.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже знаменатели показываютъ, на сколько частей какое цѣлое раздѣлено; а числитель изображаетъ, сколько такихъ частей взято (§. 200.); того ради одни только числители складывать должно. Но какъ числители, разныхъ знаменателей имѣющїе, сложены быть не могутъ, поколику числа слагаемыя должны быть одного роду (§. 44); слѣдовательно, данныя дроби, разныхъ знаменателей имѣющїя, прежде сложенїя ихъ, къ одному знаменателю привести должно, и потомъ сложить. Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНIЕ 1.

§. 225. Когда сумма дробей будетъ неправильная дробь: то въ такомъ случаѣ выключаются изъ оной цѣлыя числа (§. 210.).

ПРИМѢЧАНIЕ 2.

§. 226. Естьли слагаемыя дроби будутъ смѣшенныя: то складываются особливо дроби, и особливо цѣлыя числа; только то притомъ должно примѣчать, что изъ суммы дробей выключенныя цѣлыя числа, (когда она будетъ неправильная) складываются съ цѣлыми данными числами; а остатокъ

токъ естьли можно, уменьшенной (§. 215.), при оныхъ же цѣлыхъ приписывается. На пр.

$$
\begin{array}{r|l}
 & \overset{30}{\smile} \\
1\frac{1}{2} & 15 \\
3\frac{2}{5} & 12 \\
2\frac{1}{3} & 10 \\
\hline
6 & 37 \\
1 & 30 \,)\, 37 \,(\, 1 \\
\end{array}
$$

сумма $7\frac{7}{30}$ $\quad \frac{30}{7}$ / 30

ЗАДАЧА XL.

§. 227. *Вычесть одну дробь изъ другой.*

РѢШЕНІЕ.

Перпой случай. Когда данныя дроби будутъ имѣть одинакихъ знаменателей: то меньшей дроби числителя, изъ числителя большей вычтя, подпиши подъ остаткомъ знаменателя ихъ; такимъ образомъ, произшедшая изъ того дробь, будетъ желаемая разность данныхъ дробей. На пр.

$$
\begin{array}{r|l}
 & \overset{9}{\smile} \\
\frac{7}{9} & 7 \\
\frac{3}{9} & 3 \\
\hline
 & \frac{4}{9} \text{ разность.}
\end{array}
$$

Второй случай. Когда данныя дроби будутъ имѣть разныхъ знаменателей: то прежде всего должно ихъ привесть къ одинакому знаменателю (§. 222.), и потомъ одну изъ другой вычитать, какъ въ первомъ случаѣ показано. На пр.

$$
\begin{array}{r|l}
 & \overset{20}{\smile} \\
\frac{3}{4} & 15 \\
\frac{2}{5} & 8 \\
\hline
 & \frac{7}{20} \text{ разность.}
\end{array}
$$

Третей случай. Когда данныя дроби будутъ смѣшенныя: то сперьва одна дробь изъ другой вычитается, а потомъ одно цѣлое изъ другаго показаннымъ образомъ, и къ разности ихъ приписывается разность дробей, что составитъ искомую разность данныхъ смѣшенныхъ дробей. На пр.

$$\begin{array}{l|l} & 6 \\ 4\frac{2}{3} & 4 \\ 2\frac{1}{2} & 3 \\ \hline 2 & \frac{1}{6} \end{array}$$ разность.

Четвертой случай. Когда изъ цѣлаго числа должно будетъ вычесть дробь: то въ такомъ случаѣ отъ цѣлаго числа отнимается единица, и представляется въ дроби, коей знаменатель принимается тотъ же, какой имѣетъ вычитаемая дробь (§. 213.), а потомъ, какъ и прежде, изъ числителя произведенной дроби вычитается числитель данной дроби, послѣ того оставщаяся дробь къ данному цѣлому числу безъ единицы приписывается; что будетъ искомая разность даннаго цѣлаго числа и дроби. Такимъ же образомъ изъ цѣлаго числа вычитается смѣшенная дробь. На пр. изъ 4 вычесть $\frac{2}{5}$

то будетъ $$\begin{array}{l|l} & 5 \\ 3\frac{5}{5} & 5 \\ \frac{2}{5} & 2 \\ \hline 3 & \frac{3}{5} \end{array}$$ разность.

Естьли же изъ 4 вычесть $2\frac{2}{5}$;

то будетъ $$\begin{array}{l|l} & 5 \\ 3\frac{5}{5} & 5 \\ 2\frac{2}{5} & 2 \\ \hline 1 & \frac{3}{5} \end{array}$$ разность.

Пя-

Пятой случай. Когда изъ смѣшенной дроби вычесть должно будетъ цѣлое число: то одни только цѣлыя числа, одно изъ другаго вычитаются, и къ остатку ихъ приписывается дробь, что будетъ искомая разность данной смѣшенной дроби и цѣлаго числа. На пр.

$5\frac{3}{4}$ |
3 |
———
$2\frac{3}{4}$ разность.

Шестой случай. Когда должно будетъ вычитать нѣсколько дробей изъ нѣсколькихъ же: то въ такомъ случаѣ, какъ тѣ дроби, изъ которыхъ должно вычитать, такъ и вычитаемыя, приводятся чрезъ сложеніе въ одну дробь (§. 224.), и потомъ одна изъ другой показаннымъ образомъ вычитается. На пр. изъ $5\frac{1}{2} + 3\frac{5}{7} + 2\frac{1}{3}$ вычесть $1\frac{3}{5} + 4\frac{7}{8}$. то будетъ

42
$5\frac{1}{2}$ | 21
$3\frac{5}{7}$ | 30
$2\frac{1}{3}$ | 14
———
65
10 + 42)65($1\frac{23}{42}$
1
———
$11\frac{23}{42}$ сумма.

40
$1\frac{3}{5}$ | 24
$4\frac{7}{8}$ | 35
———
59
5 40)59($1\frac{19}{40}$
1
———
$6\frac{19}{40}$ сумма.

1680
$11\frac{23}{42}$ | 920
$6\frac{19}{40}$ | 798
———
5 2
$\frac{122}{1680}$ | $\frac{61}{804}$ разность.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 228. Что сказано въ четвертомъ случаѣ (§. 227.), оное получить можно кратчайшимъ образомъ: когда числитель данной дроби вычтется изъ своего знаменателя а отъ цѣлаго числа отнимется единица: то такимъ образомъ изъ цѣлаго числа вычтется дробь.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 229. Естьли случится, что дроби приведши къ одному знаменателю, одну изъ другой вычитать не возможно будетъ: то въ такомъ случаѣ отъ того цѣлаго числа, которое находиться будетъ при той дроби, изъ которой слѣдуетъ вычитать, отнимается единица и приводится въ дробь (§. 213.); а приведенная складывается съ числителемъ, изъ котораго должно было вычитать, и потомъ изъ сей суммы вычитается уже тотъ числитель, котораго прежде вычесть не можно было. Послѣ того одно цѣлое число изъ другаго цѣлаго, единицею уменьшеннаго, вычитается обыкновеннымъ образомъ, и къ разности ихъ приписывается разность дробей, при нихъ находящихся. На пр.

Изъ $6\frac{2}{5}$ вычесть $2\frac{6}{7}$:

то будетъ

	35
$5\frac{2}{5}$	14
	49
$2\frac{6}{7}$	50
3	$\frac{19}{35}$ разность.

Сіе самое кратчайшимъ образомъ здѣлается чрезъ приложеніе общаго знаменателя къ числителю, изъ коего вычитать не можно было, а число цѣлое также единицею должно уменьшено быть.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 230. Разность дробей естьли случится въ большихъ числахъ, или хотя и въ малыхъ, токмо уменьшиться можетъ: то, для лучшаго понятія, уменьшается (§. 215.), и уменьшенная уже приписывается къ разности цѣлыхъ.

ПРИ-

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§ 231. Сложеніе и вычитаніе дробей повѣряется такимъ же образомъ, какъ и простыхъ чиселъ сложеніе и вычитаніе (§. 59.), то есть, сложеніе вычитаніемъ; а вычитаніе сложеніемъ.

ЗАДАЧА XLI.

§. 232. *Умножить дробь на дробь.*

РѢШЕНІЕ.

1. Числителя одной дроби на числителя другой, и знаменателя одной на знаменателя другой умножь.
2. Подъ произведеніемъ числителей, подпиши произведеніе знаменателей. Такимъ образомъ дробь, изъ того произшедшая, будетъ искомое произведеніе данныхъ дробей. На пр.

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12}$ произведеніе.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже одно число на другое умножить есть не что инное, какъ одно изъ нихъ взять столько разъ, сколько другое единицъ имѣетъ (§. 60.); но дробь представляетъ нѣкоторую токмо часть цѣлаго (§. 199.); того ради, когда одна дробь на другую, на пр. $\frac{3}{4}$ на $\frac{2}{3}$ умножается: то берется изъ умножаемой дроби $\frac{3}{4}$ такая часть, какую другая дробь $\frac{2}{3}$ изображаетъ. И понеже знаменатель есть одно только имя, показующее на сколько частей цѣлое раздѣлено (§. 200.); то изъ одного токмо числителя 3 множимой дроби, должно взять такую часть, какую другая дробь $\frac{2}{3}$ изображаетъ, то есть, двѣ трети. И такъ слѣдуетъ показаннаго числителя 3, раздѣлить на знаменателя 3

другой дроби, и на числителя ея 2 частное число умножить, произведенїе будетЪ искомое число. Но какЪ не всегда числителя множимой дроби на знаменателя другой раздѢлить можно: то вЪ такомЪ случаѢ числителя и знаменателя множимой дроби должно умножить на знаменателя другой, чрезЪ что сáмое не перемѢнится количество той дроби (§. 141, 204.); а произведенїе изЪ того раздѢлить на тогоже знаменателя, и частное число умножить на числителя той другой дроби, а подЪ произведенїе подписать произведенїе знаменателя множимой дроби. ТакимЪ образомЪ дробь, изЪ того произшедшая, будетЪ искомое произведенїе; но понеже напрасной былЪ бы трудЪ, числителя и знаменателя множимой дроби умножать на знаменателя другой, а произведенїе изЪ того дѢлить на того жЪ знаменателя, и потóмЪ частное умножать на числителя той другой дроби; того ради, для краткости умножается только числитель на числителя, а знаменатель на знаменателя. Ч. н. д.

ДРУГОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ПоложимЪ, что множимая дробь $\frac{3}{4}$ будетЪ равна $\frac{A}{B}$; а умножающая дробь $\frac{2}{3} = \frac{C}{D}$ то есть, $A:B$ и $C:D$ (§. 114.); то будетЪ $B:A = 1:F$, и $D:C = 1:G$ (§. 76.). СлѢдовательно $B \times D : A \times C = 1 \times 1 : F \times G$ (§. 153.), также $A \times C : B \times D = F \times G : 1 \times 1$ (§. 138.), то есть, $A \times C = B \times D$ (§. 128.). Ч. н. д.

ПРИ-

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§ 233. Что произведенїе дроби есть меньше умножаемыхъ между собою дробей: то удивляться тому не должно, поколику въ умноженіи дробей такая часть берется, какую другая дробь изображаетъ, и чрезъ что умноженїе перемѣняется въ дѣленїе, какъ то ясно видѣть можно изъ предложеннаго доказательства.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 234. Естьли цѣлое число, на пр. 5 на дробь $\frac{2}{3}$ должно будетъ умножить: то въ такомъ случаѣ, цѣлое число 5 приводится въ дробь $\frac{5}{1}$ (§. 212.), и потомъ на данную дробь умножается (§. 232.).

$$\tfrac{5}{1} \times \tfrac{2}{3} = \tfrac{10}{3} = 3\tfrac{1}{3} \text{ (§. 210.)}.$$

Такимъ же образомъ надлежитъ поступать, когда дробь на цѣлое число умножить надобно будетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 235. Когда цѣлое число, на пр. 5 должно будетъ умножить на смѣшенную, на пр. 4 $\frac{2}{3}$: то цѣлое число, какъ и прежде, приводится въ дробь (§. 212.), также и при дроби $\frac{2}{3}$ находящееся цѣлое число 4 приводится въ неправильную дробь (§. 211.), и потомъ обѣ дроби умножаются (§. 232.)

$$\tfrac{5}{1} \times \tfrac{14}{3} = \tfrac{70}{3} = 23\tfrac{1}{3} \text{ (§. 210)}.$$

Или порознь, сперьва данное цѣлое число 5 на цѣлое же число 4, при дроби $\frac{2}{3}$ находящееся, а потомъ тоже данное цѣлое число 5 на дробь $\frac{2}{3}$ умножается, и произведенїя складываются (§. 224, 226.), произшедшая изъ того сумма, будетъ искомое произведенїе. На пр.

$$\begin{aligned} 5 \times 4 &= \left\{ 20 \right. \\ \tfrac{5}{1} \times \tfrac{2}{3} = \tfrac{10}{3} &= \left\{ 3\tfrac{1}{3} \right. \\ \hline & \ \ 23\tfrac{1}{3} \text{ искомое произведенїе.} \end{aligned}$$

Равнымъ образомъ должно поступать, когда смѣшенную дробь на цѣлое число умножить надобно.

ПРИ-

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 236. Когда смѣшенную дробь, на пр. $4\frac{2}{3}$ на правильную дробь, на пр. $\frac{3}{5}$ умножить должно: то цѣлое число, при смѣшенной дроби находящееся, приводится въ дробь неправильную (§. 211.), и потомъ произведенная изъ того дробь, умножается на данную (§. 232.). На пр.

$$4\frac{2}{3} = \frac{14}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{42}{15} = 2\frac{12}{15} \quad (§.\ 210.).$$

Или порознь, цѣлое число при смѣшенной дроби находящееся, сперьва умножается на данную умножающую дробь, а потомъ при цѣломъ числѣ находящаяся дробь, и произведенія сіи складываются (§. 224, 226.). Такимъ образомъ, произшедшая изъ того сумма будетъ искомое произведеніе. На пр.

$$\begin{array}{l} \frac{4}{1} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{5} = \\ \quad \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \end{array} \left\{ \begin{array}{r|r} & 15 \\ 2\frac{2}{5} & 6 \\ \frac{6}{15} & 6 \\ \hline 2 & \frac{12}{15} \end{array} \right.$$

искомое произведеніе.

ПРИМѢЧАНІЕ 5.

§. 237. Естьли смѣшенную дробь, на пр. $4\frac{2}{3}$ на смѣшенную же, на пр. $5\frac{3}{5}$ умножить должно: то въ такомъ случаѣ цѣлыя числа, при смѣшенныхъ дробяхъ находящіяся, приводятся въ дроби (§. 211.) и потомъ умножаются показаннымъ образомъ (§. 232.). На пр.

$$4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}, \text{ и } 5\frac{3}{5} = \frac{28}{5}.$$

то будетъ $\frac{14}{3} \times \frac{28}{5} = \frac{392}{15} = 26\frac{2}{15}$ (§. 210.).

Или порознь, сперьва умножаются между собою цѣлыя числа, потомъ цѣлое число множимой дроби на дробь умножающую, и цѣлое число умножающей дроби на дробь множимую, и наконецъ особливо дробь на дробь; и потомъ сіи четыре произведенія складываются

ются

ются (§. 224, 226.) 226.), которыхъ сумма будетъ искомое произведенїе. На пр.

$$
\begin{array}{lll}
4 \times 5 & = & 20 \\
\frac{4}{1} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{5} & = & 2\frac{2}{5} \\
\frac{5}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3} & = & 3\frac{1}{3} \\
\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} & = & \frac{6}{15}
\end{array}
\quad
\begin{array}{|l}
15 \\ \hline
6 \\ 5 \\ 6 \\ \hline
17
\end{array}
$$

$$25 \qquad 15 \,|\, 17 \,|\, 1\frac{1}{15}\ (\text{§. 210, 226.}).$$

$$1\frac{2}{15} \qquad \frac{15}{2}$$

$26\frac{2}{15}$ искомое произведенїе.

ПРИМѢЧАНIЕ 6.

§. 238. Естьли случится нѣсколько дробей, на пр. $5\frac{1}{2} + 3\frac{5}{7} + 2\frac{1}{3}$ умножать на нѣсколько же дробей, на пр. $1\frac{3}{5} + 4\frac{7}{8}$: то сперьва обѣ дроби порознь чрезъ сложенїе приводятся въ одинъ перечень, и потомъ одна на другую умножается (§. 232, 237.). На пр.

$$
\begin{array}{l|l}
 & 24 \\
5\frac{1}{2} & 21 \\
3\frac{5}{7} & 30 \\
2\frac{1}{3} & 14 \\ \hline
10 & \frac{65}{42} = 1\frac{23}{42}\ (\text{§. 210, 226.}) \\
1\frac{23}{42} & \\ \hline
11\frac{23}{42} = \frac{485}{42}\ (\text{§. 211.}) &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l|l}
 & 40 \\
1\frac{3}{5} & 24 \\
4\frac{7}{8} & 35 \\ \hline
 & \frac{59}{40} = 1\frac{19}{40}\ (\text{§. 210. 226}) \\
5 & \\
1\frac{19}{40} & \\ \hline
6\frac{19}{40} = \frac{259}{40}\ (\text{§. 211.}) &
\end{array}
$$

$\frac{485}{42} \times \frac{259}{40} = \frac{125615}{1680} = 74\frac{1295}{1680}$ (§. 210.) искомое произведенїе.

ПРИМѢЧАНIЕ 7.

§. 239. Наконецъ естьли должно будетъ умножить нѣсколько дробей съ наименованїемъ, на пр. $3\frac{1}{2}$ бер. + $2\frac{3}{4}$ пуд. + $5\frac{3}{7}$ фун. на нѣсколько дробей съ наименованїемъ же, на пр. $3\frac{1}{2}$ фун. + $4\frac{3}{5}$ лот. то въ такомъ случаѣ всѣ дроби, какъ множимая, такъ и умножающая приводятся чрезъ раздробленїе въ одинакой

накой меньшей сортъ (§. 89.); и потомъ одна на другую умножается (§. 232, 237.). На пр.

3 бер. + $2\frac{3}{5}$ пуд. + $5\frac{3}{7}$ фун. = $48493\frac{5}{7}$ лот. (§. 89.)
также 3_2 фун + $4\frac{3}{5}$ лот. = $116\frac{3}{5}$ лот. (§. 89).

$48493\frac{5}{7} \times 116\frac{3}{5} = 5654367\frac{3}{35}$ (§. 337.) искомое произведенїе.

ЗАДАЧА XLII.

§. 240. *Раздѣлить дробь на дробь.*

РѢШЕНIЕ.

Первой случай. Когда дроби будутъ имѣть одинакихъ знаменателей, на пр. $\frac{4}{5} : \frac{2}{5}$: то числителя дѣлимой дроби 4, на числителя другой 2 раздѣли (§. 80, 202.); частное число будетъ искомое.

Второй случай. Когда дроби будутъ имѣть разныхъ знаменателей, на пр. $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$: то въ такомъ случаѣ та дробь, на которую дѣлить должно, изображается обратно; то есть, числитель ея ставится на мѣсто знаменателя, а знаменатель на мѣсто числителя, и потомъ обращенная умножается на дѣлимую дробь (§. 232.); произведенїе изъ того будетъ искомое частное число. На пр.

$\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$ будетъ $\frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$ (§. 210.) искомое частное число.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. Когда чрезъ дѣленїе дробей находится такое число, которое показываетъ, сколько разъ одна дробь въ другой содержится (§. 74.): то, понеже знаменатели одни только имена изображающїя, на сколько частей цѣлое раздѣлено (§. 200.) оное число найдется, естьли дѣлимой дроби

числи-

числитель раздѣлится на числителя другой. Потому что какъ дѣлитель и дѣлимое число, суть одного роду, также и въ семъ случаѣ дроби будутъ одного роду, поколику одинакихъ знаменателей имѣютъ. Почему справедливо въ такомъ случаѣ числитель дѣлимой дроби, дѣлится на числителя другой, а знаменатели ихъ такъ, какъ одни имена, остаются безъ раздѣленія. Ч. н. д.

2. Естьли же дроби, изъ которыхъ одну на другую раздѣлить надобно, будутъ имѣть разныхъ знаменателей: то прежде всего надлежитъ привести ихъ къ одному знаменателю (§. 222.), чтобъ были одного роду, какъ въ 1 случаѣ доказано. Но въ приведеніи дробей къ одинакому знаменателю, числитель первой дроби получается, когда числитель ея будетъ умноженъ на знаменателя другой, а числитель другой дроби, когда числитель ея умножится на знаменателя первой. Чего ради оба сіи числители, изъ которыхъ одинъ на другой раздѣлить должно, правильно получаются, когда та дробь, на которую раздѣлить должно, обратнымъ образомъ написана будучи, умножится на дѣлимую, чрезъ что самое произойдетъ точно искомое частное число. Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 241. Не надлежитъ удивляться тому, что частное число иногда бываетъ число цѣлое. Ибо одна дробь другую можетъ заключать въ себѣ трижды, четырежды, тысячу разъ и проч.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 242. Ежели случится дѣлить 1) цѣлое число на дробь, на пр. 4 на $\frac{2}{3}$, или дробь на цѣлое на пр. $\frac{4}{9}$ на 2; 2) цѣлое число на смѣшенную дробь на пр. 4 на $2\frac{2}{3}$, или смѣшенную дробь на цѣлое на пр. $8\frac{6}{7}$ на 2; 3) смѣшенную дробь на правильную на пр. $3\frac{2}{3}$ на $\frac{4}{7}$, или правильную на смѣшенную на пр. $\frac{8}{9}$ на $2\frac{2}{3}$; 4) смѣшенную дробь на смѣшенную же на пр. $6\frac{2}{3}$ на $2\frac{2}{7}$; то въ такомъ случаѣ цѣлыя числа въ дробь, а смѣшенныя дроби въ неправильныя приводятся (§. 211, 212.) и потомъ одна на другую дѣлится (§. 240.).

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 243. Естьли должно будетъ раздѣлить нѣсколько дробей на нѣсколько же, на пр. $5\frac{1}{2} + 3\frac{5}{7} + 2\frac{1}{3}$ на $1\frac{3}{5} + 4\frac{7}{8}$: то какъ дѣлимая дробь, такъ и другая, на которую дѣлить надобно, чрезъ сложеніе приводится въ одинъ перечень (§. 224.), и потому одна на другую дѣлится (§. 240, 242.). На пр.

	42			40
$5\frac{1}{2}$	21		$1\frac{3}{5}$	24
$3\frac{5}{7}$	30		$4\frac{7}{8}$	35
$2\frac{1}{3}$	14		5	$\frac{59}{40} = 1\frac{19}{40}$ (§. 210.)
10	$\frac{65}{42} = 1\frac{23}{42}$ (§. 210, 226.)		1	
1			$6\frac{19}{40} = \frac{259}{40}$ (§. 211.)	
$11\frac{23}{42} = \frac{485}{42}$ (§. 211.)				

$\frac{485}{42} : (\frac{259}{40}) = \frac{40}{259} = \frac{19400}{10878}$ (§. 240.) $= 1\frac{8522}{10878}$ (§ 210.) искомое частное число.

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 244. Естьли наконецъ случится раздѣлить нѣсколько дробей съ наименованіемъ на нѣсколько съ наименованіемъ же, на пр. $3\frac{1}{2}$ бер. + $2\frac{3}{4}$ пуд + $5\frac{3}{7}$ фун. + $4\frac{3}{5}$ лот. то въ такомъ случаѣ обѣ дроби чрезъ раздробленіе приводятся въ одинакой меньшей сортъ (§. 89.), и потомъ одна на другую дѣлится (§. 240, 242.).

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ 5.

§. 244. Умноженіе и дѣленіе дробей повѣряется также, какъ и простыхъ чиселъ, то есть, умноженіе дѣленіемъ, а дѣленіе умноженіемъ.

ЗАДАЧА XLIII.

§. 245. Дробь, коей знаменатель данъ, на пр. 16, привести въ равную другой данной дроби. на пр. $\frac{3}{4}$

РѢШЕНІЕ.

Къ знаменателю данной дроби, къ числителю ея, и къ данному знаменателю искомой дроби найди четвертое Геометрическое пропорціональное число (§. 173.), которое будетъ числитель искомой дроби. На пр.

$3 : 4 = 16 : 12$ искомой числитель.

ибо $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже числители равныхъ дробей имѣютъ одинакое содержаніе къ своимъ знаменателямъ (§. 204.); того ради и въ семъ случаѣ какъ числитель данной дроби къ своему знаменателю содержится, такъ и найденной числитель къ своему данному знаменателю, и на оборотъ, какъ знаменатель данной дроби къ своему числителю, такъ и данной знаменатель къ найденному числителю (§. 138.); слѣдовательно числитель искомой дроби справедливо есть четвертое Геометрическое пропорціональное число къ показаннымъ числамъ. Ч. н. д.

ЗАДАЧА XLIV.

§. 247. Представить какую ни будь дробь, на пр. $\frac{3}{4}$ руб. въ частяхъ цѣлаго числа.

РѢШЕНІЕ.

1. Числителя данной дроби умножь на желаемыя части цѣлаго числа, то есть на 100.

2. Произведенїе изъ того раздѣли на знаменателя дроби, частное число будетъ представлять желаемыя части цѣлаго (§. 246.). На пр.

$\frac{3}{4} \times 100 = 300 : 4 = 75$ коп. желаемыя части цѣлаго.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 248. Чего ради, когда будетъ дана такая дробь, коей знаменатель показываетъ неупотребительное раздѣленїе цѣлаго на части, на пр. $\frac{15}{20}$ аршина: то можно чрезъ предъидущїя задачи (§. 247, 248) найти другую дробь ей равную, коей количество будетъ извѣстно. Ибо употребляемое раздѣленїе на части того цѣлаго, на пр. какъ въ данномъ примѣрѣ, 16 вершковъ, на которые Россїйской аршинъ обыкновенно раздѣляется (§. 102), принявъ за знаменателя искомой дроби, найдется она по показанному 20. 15 = 16 : 12, то есть $\frac{12}{16} = \frac{15}{20}$ аршинъ. Ибо найденную дробь $\frac{12}{16}$ арш. лучше понять можно, что она значитъ 12 вершковъ, нежели данную $\frac{15}{20}$ арш.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 249. Бываютъ дроби дробей, на пр. $\frac{3}{4}\,\frac{2}{3}\,\frac{4}{5}$, и естьли надобно будетъ ихъ съ другими такимиже, или съ простыми дробями сложить, вычесть, умножить, или раздѣлить: то прежде всего приводятся они въ простую дробь, и потомъ съ нею такъ поступать надлежитъ, какъ въ сей главѣ показано. Приводятся же дроби дробей въ простую дробь чрезъ умноженїе числителей на числителей, и знаменателей на знаменателей. На пр. $3 \times 2 \times 4 = 24$, и $4 \times 3 \times 5 = 60$. И такъ вмѣсто $\frac{3}{4}\,\frac{2}{3}\,\frac{4}{5}$ будетъ $\frac{24}{60}$. Ибо $\frac{3}{4}\,\frac{2}{3}$ значитъ, что изъ $\frac{2}{3}$ надлежитъ взять $\frac{3}{4}$, а $\frac{4}{5}\,\frac{2}{3}$ значитъ, что изъ $\frac{2}{3}$ должно $\frac{4}{5}$. Но какъ сїе получается чрезъ умноженїе дробей (§. 232); того ради чрезъ умноженїе числителей на числителей, и знаменателей на знаменателей, дроби дробей не токмо въ простую дробь приведутся, но и точное ихъ количество будетъ извѣстно.

ГЛАВА

ГЛАВА ШЕСТАЯ
О
КВАДРАТНЫХЪ И КУБИЧЕСКИХЪ ЧИСЛАХЪ, И О ИЗВЛЕЧЕНІИ РАДИКСОВЪ ИХЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIV.

§. 250.

Когда какое ни будь число, на пр. 2 будетъ умножено само на себя: то произведеніе 4 *квадратомъ*, или *квадратнымъ числомъ* (Quadratum, ſive numerus quadratus), а самое то число, въ разсужденіи сего квадрата, *квадратнымъ радиксомъ* (Radix quadrata) называется.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 251. Ежели квадратное число 4 будетъ умножено на свой радиксъ 2: то произведеніе 8 *кубомъ*, или *кубическимъ* числомъ (Cubus, ſive numerus cubicus), а радиксъ его 2, въ разсужденіи сего куба, *кубическимъ радиксомъ* (Radix cubica) называется.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 252. Вообще произведенія, происходящія изъ умноженія какихъ ни будь чиселъ нѣсколько разъ самыхъ на себя, называются *степени* (Potentiae, ſive dignitates). Такимъ образомъ *вторая степень* называется произведеніе, произшедшее изъ умноженія какого ни будь числа самого на себя, то есть, когда какое число два раза входитъ въ умноженіе, а когда тоже число три раза входитъ

въ умноженіе, то будетъ *третья степень* И такъ далѣе. На пр. числа 2, квадратъ 4, будетъ вторая степень, а кубъ его 8, третья степень; ежелижъ кубъ 8 еще умножится на свой радиксъ 2; то произведеніе 16, будетъ *четвертая степень*, и проч. Самое жъ то число, которое нѣсколько разъ входитъ въ умноженіе, въ разсужденіи степеней, называется радиксъ той степени. На пр. 2 будетъ радиксъ второй степени 4, а 4 радиксъ третей степени 8 и проч.

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 253. Всякое число, состоящее въ какой ни будь степени, изображается вообще слѣдующимъ образомъ: на пр. число состоящее во второй степени, то есть, квадратъ того числа, означается чрезъ *aa*, или a^2; число въ третей степени состоящее, чрезъ *aaa*, или a^3, въ четвертой степени *aaaa*, или a^4; и такъ далѣе. Числожъ, въ верьху радикса приписываемое, не что инное означаетъ, какъ возвышеніе степени. Почему оно и называется *указателемъ*, или *знаменателемъ* степени (Exponens potentiae).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVII.

§. 254. Радиксъ какъ квадратной, такъ и кубической называется *двучастнымъ* (Radix binomia), ежели будетъ состоять изъ двухъ знаковъ, на пр. 23; а когда изъ трехъ знаковъ: то *тричастнымъ* (Trinomia), и вообще,

обще, *многочастнымъ* (Multinomia, polynomia), ежели изъ множайшихъ, нежели изъ двухъ, знаковъ состоять будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVIII.

§. 255. Данное число возвысить въ желаемую степень тоже значитъ, что найти, сколько разъ то число будетъ входить въ умноженіе. На пр. число 2 возвысить въ третью степень, есть тоже, что сыскать произведеніе 8, которое произошло изъ умноженія $2 \times 2 \times 2 = 8$.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIX.

§. 256. *Извлеченіе квадратнаго радикса* (Extractio radicis quadratae) изъ какого ни будь даннаго числа, на пр. 4, есть дѣйствіе, чрезъ которое находится такое число, на пр. 2, которое, будучи умножено само на себя, производитъ данное число 4.

Напротивъ того *извлеченіе кубическаго радикса* (Extractio radicis cubicae) изъ какого ни будь даннаго числа, на пр. 8, есть дѣйствіе, чрезъ которое находится такое число, на пр. 2, которое, будучи умножено на свое квадратное число 4, производитъ данное число 8.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 257. Когда изъ какого ни будь даннаго числа, на пр. изъ *a*, требуется извлечь квадратной радиксъ: то сіе для краткости означается чрезъ $\sqrt{a}$, или $\sqrt[2]{a}$; а когда требуется извлечь кубической радиксъ изъ какого даннаго числа, на пр. изъ *a*: то сіе означается чрезъ $\sqrt[3]{a}$, и такъ далѣе прочихъ степеней радиксы изображаются подобнымъ же образомъ. На

пр. радиксъ изъ четвертой степени будетъ $= \sqrt[4]{a}$ радиксъ изъ пятой степени $= \sqrt[5]{}$ и проч. или вообще $\sqrt[n]{a}$, естьли за литеру *n* возмется какое ни будь число Сей знакъ $\sqrt[n]{}$ особливо употребляется при такихъ числахъ, изъ которыхъ совершеннаго радикса извлечь не можно. На пр. $\sqrt[n]{5}$, $\sqrt[n]{7}$ и проч. и сіи числа называются *ирраціональныя*, или *глухія* (*Irrationales*, *sive surdi*), а знакъ $\sqrt{}$, при числахъ употребляемой, называется *радикальной*.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

258 Извѣстно, что всякое число легко можно возвысить въ желаемую степень чрезъ умноженіе (§. 255.), напротивъ же того не столь легко извлекать желаемой радиксъ изъ даннаго числа, на пр. квадратной кубической, или другой какой степени; того ради для сего случая надлежитъ знать твердо, квадраты и кубы первыхъ девяти знаковъ (§. 19.); для чего особливо можетъ служить слѣдующая таблица:

Радиксы	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Квадраты	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Кубы	1	8	27	64	125	216	343	512	729

ТЕОРЕМА XXIII.

§. 259. *Квадратное число двучастнаго радикса состоитъ изъ квадрата первой части, изъ произведенія той же первой части, дважды взятой и умноженной на вторую, и изъ квадрата второй части.*

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже квадратное число происходитЪ, когда радиксЪ его самЪ на себя умноженЪ будетЪ (§. 250.), вЪ умноженіи жЪ двучастнаго радикса самого на себя, каждая часть, какЪ на себя самую особливо, такЪ и на другую умножается; того ради изЪ умноженія двучастнаго радикса самого на себя произшедшее квадратное число должно состоять изЪ квадрата первой части, (§. 250.), изЪ произведенія тойже первой части на вторую, и изЪ произведенія второй на первую, или что все равно, изЪ произведенія первой части, дважды взятой и умноженной на вторую, и наконецЪ изЪ произведенія второй части самой на себя, то есть, изЪ квадрата ея (§. 250.). Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 260. Справедливость доказательства изЪ слѣдующаго примѣра яснѣе можно видѣть. ПоложимЪ, что данЪ радиксЪ 23, или что все равно, 20 + 3: то будетЪ его квадратЪ

20 + 3	$a + b$
20 + 3	$a + b$
60 + 9	$ab + bb$
400 + 60	$aa + ab$
400 + 120 + 9	$aa + ab + bb$ (§. 253.)

то есть 400 квадратЪ первой части

120 произ. из. пер. час. дв. вз. и ум. на вто.

9 квадратЪ второй части.

529 квадратЪ цѣлаго числа, то есть, 23.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 261. Естьли многочастной радиксЪ, на пр. 35462, представишь двучастнымЪ, то есть, примешь всѣ предидущія части передЪ послѣднею, вЪ семЪ случаѣ, четы-

ре за одну: то квадратное число всего радикса будетъ состоять, изъ квадрата 4, послѣдней части 2; изъ произведенія 141840, предъидущихъ частей 35460, взятыхъ дважды и умноженныхъ на послѣднюю 2; и изъ квадрата тѣхъ предъидущихъ частей. Квадратъ сихъ четырехъ предъидущихъ въ семъ случаѣ частей представя также въ двухъ частяхъ, то есть, 35400 + 60, и принявъ первыя три 35400 за одну, будетъ состоять: изъ квадрата 3600, четвертой части 60; изъ произведенія 4248000, трехъ предъидущихъ частей 35400, дважды взятыхъ, и умноженныхъ на послѣдующую четвертую часть 60; и изъ квадрата тѣхъ трехъ предъидущихъ частей. Квадратъ сихъ трехъ предъидущихъ частей, представя также въ двухъ частяхъ, то есть, 35000 + 400, будетъ состоять: изъ квадрата 160000, третей части 400; изъ произведенія 28000000, двухъ предъидущихъ частей 35000, дважды взятыхъ, и умноженныхъ на послѣдующую третью часть 400, и изъ квадрата тѣхъ двухъ предъидущихъ частей. Квадратъ сихъ двухъ предъидущихъ частей, представя на конецъ также въ двухъ частяхъ, то есть, 30000 + 5000, будетъ состоять: изъ квадрата 25000000, второй части 5000; изъ произведенія 300000000, первой части 30000, дважды взятой, и умноженной на вторую часть 5000, и изъ квадрата 900000000, первой части 30000. Такимъ образомъ квадратное число всего многочастнаго даннаго радикса состоитъ:

1 изъ - -	4	квадра. пятой части.
2. — -	141840	произ. четыр. пред. ч. дваж, вз, на пят. ч.
3. — - -	3600	квад. четв. ч.
4. — -	4248000	произ. тр. пред. ч. дв. вз. на чет. ч.
5. — - -	160000	квад. трет. ч.
6. — -	28000000	пр. дв. пред. ч. дваж. вз. на трет. ч.
7. — -	25000000	квад. вт. ч.
8. —	300000000	пр. пер. ч. дв. вз. на втор. ч.
9. —	900000000	квад. пер. ч.
	1257553444	квадратное число всего радикса.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 262. Понеже въ квадратномъ числѣ многочастнаго радикса, квадратъ послѣдней части изъ умноженія единицъ на единицы, произведеніе всѣхъ предъидущихъ дважды взятыхъ частей и умноженныхъ на послѣднюю, изъ умноженія десятковъ на единицы, квадратъ передпослѣдней части изъ умноженія десятковъ на десятки

и проч.

и проч. происходитЪ; того ради вЪ квадратномЪ числѣ многочастнаго радикса квадратЪ послѣдней части, вЪ предложенномЪ примѣрѣ (§. 261.), пятой, на первомЪ мѣстѣ сЪ правой руки, произведенiе всѣхЪ предЪидущихЪ частей, на второмЪ, квадратЪ четвертой части, на третьемЪ мѣстѣ и проч. кончится. И потому, когда квадратное число раздѣлится на грани отЪ правой руки кЪ лѣвой такимЪ образомЪ, чтобЪ во всякой грани было по два знака, (выключая послѣднюю грань кЪ лѣвой рукѣ, вЪ которой одинЪ и два знака быть могутЪ) видно, что квадратной радиксЪ столько частей имѣть будетЪ, на сколько такихЪ граней квадратное число раздѣлится.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 263. Когда такимЪ образомЪ извѣстно, изЪ какихЪ и сколькихЪ количествЪ квадратное число всякаго многочастнаго радикса состоитЪ, какое количество изЪ оныхЪ на какомЪ мѣстѣ находится, изЪ чего и какимЪ образомЪ оно происходитЪ: то по сему не трудно и радиксЪ квадратной изЪ всякаго даннаго числа извлекать. ВЪ чемЪ особливо болѣе способствовать можетЪ упражненiе вЪ составленiи квадратнаго числа (§. 261.).

ЗАДАЧА XLV.

§. 264. *ИзЪ даннаго числа извлечь квадратной его радиксЪ.*

РѢШЕНIЕ.

1. Данное число раздѣли на грани, начиная отЪ правой руки кЪ лѣвой, такимЪ образомЪ, чтобЪ во всякой грани было по-два знака, выключая послѣднюю грань кЪ лѣвой рукѣ, вЪ которой можетЪ быть и одинЪ знакЪ.
2. Понеже вЪ первой грани, отЪ лѣвой руки, заключается квадратЪ первой части радикса; того ради вЪ радиксовой таблицѣ (§. 258.) сыщи такой квадратЪ, которой

бы

бы ближе прочихъ къ находящемуся въ первой грани числу подходилъ, и оной квадратъ изъ сего числа вычти, а принадлежащей къ тому квадрату радиксъ напиши на мѣстѣ радиксовомъ, то есть, за чертою съ правой руки, которой будетъ первая часть искомаго радикса (§. 261, 262.).

3. Къ остатку, ежели, по вычитанїи того квадрата изъ первой грани, будетъ, снеси слѣдующую грань, въ которой послѣдней знакъ отъ перваго отдѣли черточкою; найденную жъ первую часть радикса умножь на 2, и произведенїе изъ того напиши съ лѣвой руки, противъ остатка и снесенной грани, вмѣсто дѣлителя, и на оной раздѣли остатокъ съ первымъ отдѣленнымъ снесенной грани знакомъ такимъ образомъ, то есть, подъ остаткомъ и первымъ знакомъ снесенной грани напиши произведенїе найденнаго частнаго числа, на дѣлителя принятаго, къ тому присовокупи квадратъ тогожъ найденнаго частнаго числа такъ, чтобъ послѣдней знакъ того квадрата соотвѣтствовалъ послѣднему отдѣленному знаку снесенной грани, и потомъ, произведенїе съ симъ квадратомъ сложивъ, сумму ихъ вычти, а частное число напиши на мѣстѣ радиксовомъ. Ибо оно будетъ вторая часть искомаго радикса.

4. Къ остатку, ежели будетъ, снеси слѣдующую грань, и послѣдней знакъ въ той грани,

грани, по прежнему отдѣли, а остатокъ и первой знакъ снесенной грани раздѣли на двѣ найденныя первыя части радикса дважды взятыя, и съ частнымъ числомъ, которое будетъ третья часть искомаго радикса, поступая далѣе, какъ 2 и 3 пунктѣ показано, получишь на конецъ желаемой квадратной радиксъ.

Положимъ, что дано число 1257553444, изъ котораго должно извлечь квадратной радиксъ: то будетъ

```
  12,57,55,34,44 | 35462 искомой квадра. рад.
   9
6 |35,7
  |30
    25
   325
70 |325,5
   |280
      16
    2816
708 |4393,4
    |4248
        36
     42516
7092 |14184,4
     |14184
           4
      141844
         0
```

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 265. Въ самомъ рѣшеніи содержится и доказательство извлеченія квадратнаго радикса. Ибо всѣ знаки радикса находятся противнымъ тому образомъ, какъ было поступлено при составленіи квадратнаго числа (§. 261.). кратко сказать, всякъ можетъ увѣренъ быть и узнать справедливость извлеченія квадратнаго радикса показаннымъ образомъ; естьли будетъ сносить самое дѣйствіе извлеченія (§. 264.) съ самымъ дѣйствіемъ составленія (§. 261.). Что жъ касается до частнаго числа, которое дѣлается частію искомаго радикса, съ онымъ не всегда такъ надлежитъ поступать, какъ въ простомъ дѣленіи показано; но притомъ должно смотрѣть и на послѣдней знакъ снесенной грани, и на сумму, которая вычитается. Ибо, ежели сія сумма будетъ больше, нежели число, изъ котораго вычитать надлежитъ: то хотя бы частное число и было справедливо; однако жъ должно задавать меньшимъ знакомъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 266. Ежели жъ какого остатка и перваго отдѣленнаго знака снесенной грани на найденныя части радикса, дважды взятыя, раздѣлить не можно будетъ: то въ такомъ случаѣ на мѣстѣ радиксовомъ пишется 0, а къ тому остатку и снесенной грани сносится слѣдующая грань, и далѣе продолжается дѣйствіе по прежнему. (§. 264.). На пр.

9,43,

```
 9,63,48,16 | 3104
 9
 ――――
6 | 6,3
  | 6
 ――――
    1
 ――――
   61
 ――――――――――
620 | 2481,6
    | 2480
        16
 ――――――――
     24816
 ――――――――
       0
```

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 267. Ежели, по извлеченіи всѣхъ частей квадратнаго радикса изъ даннаго числа̀, будетъ остатокъ: то, приписавъ къ нему два, четыре, шесть и проч. нулей вдругъ, или порознь, то есть, сперьва къ остатку даннаго числа̀, и къ остатку послѣ того произшедшему, пото́мъ къ третьему, и такъ далѣе, по́-два нуля, и продолжая дѣйствіе по прежнему (§. 264.), найдешь десятыя, сотыя, тысячныя, и проч. части радикса, которыя съ правой руки на мѣстѣ жъ радиксовомъ, отдѣляя запятою, пишутся. И сіе особливо употребляется для того, чтобъ къ настоящему радиксу ближе подойти; хотя въ са́мой вещи изъ даннаго числа̀ квадратнаго радикса полнаго, то есть, безъ остатка̀, извлечь не можно; однако жъ такой радиксъ, безъ всякой чувствительной погрѣшности, за настоящей принимается.

Положимъ, что дано число 549, изъ котораго хотя полнаго квадратнаго радикса извлечь не можно; однако ближайшій къ нему можетъ извлеченъ быть слѣдующимъ образомъ:

5,49

```
 5,49 | 23, 4 3 0 7
 4
4 | 149
  | 12
      9
    129
46 | 200,0
   | 184
      16
    1856
46,8 | 1440,0
     | 1404
         9
     14049
46,860 | 351000,0
       | 328020
            49
       3280249
        229751
```

(десятыя части радикса; сотыя; тысячныя; десятитысячныя)

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 268. Понеже въ умноженіи дробей числитель на числителя, а знаменатель на знаменателя умножается (§. 232); квадратное же число изъ умноженія радикса его самого на себя произходитъ (§. 250); того ради, когда потребно будетъ извлечь квадратной радиксъ изъ какой дроби: то какъ изъ числителя, такъ и изъ знаменателя порознь извлекать надобно, дробь изъ того произшедшая, будетъ квадратной радиксъ данной дроби. На пр. дроби $\frac{25}{49}$ будетъ квадратной радиксъ $\frac{5}{7}$. Естьли же изъ смѣшенной дроби потребно будетъ извлечь квадратной радиксъ: то напередъ должно привести оную въ неправильную (§. 211.), и потомъ извлекать порознь, какъ изъ числителя, такъ и изъ знаменателя, квадратной радиксъ, или, что лучше, сперьва должно извлечь изъ дроби, а потомъ изъ цѣлаго числа.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 269. Изъ самаго дѣйствія видно, что ежели квадратной радиксъ исправно найденъ: то умноживъ его самого на себя, и къ тому приложивъ остатокъ, какой по извлеченіи всего радикса случится, произведеніе, или сумма, будетъ данное число (§. 256.).

ТЕОРЕМА XXIV.

§. 270. Кубическое число двучастнаго радикса состоитъ изъ куба первой части, изъ произведенія квадрата, трижды взятаго, тойже первой части на вторую, изъ произведенія квадрата, трижды взятаго, второй части на первую, и изъ куба второй части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже кубическое число происходитъ, изъ умноженія квадрата на свой радиксъ (§. 351.); а квадратъ двучастнаго радикса изъ квадратовъ обѣихъ частей, и изъ произведенія одной которой ни будь части дважды взятой на другую (§. 259.); того ради, когда такой квадратъ умножится на свой радиксъ, произведеніе изъ того, то есть, кубическое число будетъ состоять, изъ кубовъ обѣихъ частей, изъ произведенія квадрата, трижды взятаго, первой части на вторую, и изъ произведенія квадрата, трижды взятаго, второй части на первую. Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 271. Справедливость доказаннаго изъ слѣдующаго примѣра яснѣе видѣть можно. Положимъ, что данъ радиксъ 34, или, что все равно, 30 + 4: то будетъ его кубическое число:

 30 + 4

$$\begin{array}{r} 30+4 \\ 30+4 \\ \hline 120+16 \\ 900+120 \\ \hline 900+120+120+16 \\ 30+4 \\ \hline 3600+480+480+64 \\ 27000+3600+3600+480 \end{array} \qquad \begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline ab+bb \\ aa+ab \\ \hline aa+2ab+bb \\ a+b \\ \hline aab+2abb+bbb \\ aaa+2aab+abb \\ \hline aaa+3aab+3abb+bbb \end{array}$$

$$27000+(3600+3600+3600)=10800+(480+480+480)=1440+64$$

кубъ первой части. — произ. изъ квад. пер. ч. трижж. вз. на втор. ч. — произ. из. квад. вто. ч. трижж. вз. на пер. ч. — кубъ второй части.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 272. Естьли многочастной радиксъ, на пр. 4526 будетъ представленъ двучастнымъ, то есть, приняты будутъ всѣ предъидущія части передъ послѣднею находящіяся, въ семъ примѣрѣ, три за одну: то кубическое число всего радикса будетъ состоять: изъ куба 216 послѣдней части 6; изъ произведенія 488160, квадрата трижды взятаго 108, послѣдней части 6, умноженнаго на всѣ предъидущія 4520; изъ произведенія 367747200, квадрата трижды взятаго 61291200, предъидущихъ частей 4520, умноженнаго на послѣднюю 6; и изъ куба предъидущихъ оныхъ частей 4520; кубъ сихъ предъидущихъ, въ семъ случаѣ, трехъ частей, представя также въ двухъ частяхъ, то есть 4500+20, и принявъ двѣ первыя 4500 за одну, будетъ состоять: изъ куба 8000, третей части 20; изъ произведенія 5400000, квадрата трижды взятаго 1200, третей части 20, умноженнаго на двѣ предъидущія 4500; изъ произведенія 1215000000, квадрата трижды взятаго 60750000, двухъ предъидущихъ частей 4500, умноженнаго на послѣдующую

щую третью часть 20; и изъ куба двухъ предъидущихъ оныхъ частей 4500. Кубъ сихъ двухъ предъидущихъ частей, представя наконецъ также въ двухъ частяхъ, то есть, 4000 + 500, будетъ состоять: изъ куба 125000000; второй части 500; изъ произведенія 300000000, квадрата трижды взятаго 750000, второй части 500, умноженнаго на первую 4000; изъ произведенія 2400000000, квадрата трижды взятаго 48000000, первой части 4000, умноженнаго на вторую 500; и изъ куба 64000000000, первой части 4000. Такимъ образомъ кубическое число всего многочастнаго даннаго радикса состоитъ:

1. изъ -	216	Куб. четв. част.
2. — -	488160	произ. из. квад. чет. ч. тр. вз. на пред. ч.
3. — -	367747200	пр. из. кв. пред. ч. тр. вз. на четв. ч.
4. — -	8000	куб. трет. ч.
5. — -	5400000	пр. из. кв. трет. ч. тр. вз. на пред. ч.
6. —	1215000000	пр. из. кв. пред. ч. тр. вз. на тр. ч.
7. — -	125000000	куб. втор. ч.
8. —	300000000	пр. из. кв. втор. ч. тр. вз. на пред. ч.
9. —	2400000000	произ. из. кв. пер. ч. тр вз. на втор ч.
10. —	64000000000	куб. первой части.
	92713643576	куб. число всего многоч. рад.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 273. Въ кубическомъ числѣ многочастнаго радикса для тойже причины, что и въ квадратномъ числѣ (§. 262.), кубъ послѣдней части, въ предложенномъ примѣрѣ (§. 272.) четвертой, на первомъ мѣстѣ съ правой руки; произведеніе изъ квадрата четвертой части трижды взятое на всѣ предъидущія части, на второмъ; произведеніе изъ квадрата всѣхъ предъидущихъ частей трижды взятое на четвертую, на третьемъ; кубъ третей части, на четвертомъ мѣстѣ, и такъ далѣе, кончится. И потому, когда кубическое число раздѣлится на грани, отъ правой руки къ лѣвой, такимъ образомъ, чтобъ во всякой грани было по - три знака (выключая послѣднюю грань къ лѣвой рукѣ, въ которой одинъ, два, и три знака быть могутъ), видно, что кубической радиксъ будетъ имѣть столько частей, на сколько такихъ граней кубическое число раздѣлится.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 274. Когда такимъ образомъ извѣстно, изъ какихъ и сколькихъ количествъ кубическое число всякаго многочастнаго радикса состоитъ, какое количество изъ оныхъ на какомъ мѣстѣ находится, изъ чего, и какимъ образомъ оно происходитъ: то по сему не трудно и извлекать квадратной радиксъ изъ всякаго даннаго числа. Въ чемъ особливо болѣе способствовать можетъ упражненіе въ составленіи кубическаго числа (§. 272.).

ЗАДАЧА XLVI.

§. 275. *Изъ даннаго числа изтлечь кубической его радиксъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Данное число раздѣли на грани, начиная отъ правой руки къ лѣвой, такимъ образомъ, чтобъ во всякой грани было по три знака, выключая послѣднюю грань къ лѣвой рукѣ, въ которой одинъ, два и три знака быть могутъ.
2. Понеже въ первой грани, отъ лѣвой руки, заключается кубъ первой части радикса; того ради въ радиксовой таблицѣ (§. 258.) сыщи такой кубъ, которой бы ближе прочихъ къ находящемуся въ первой грани числу подходилъ, и найденной кубъ изъ сего числа вычти, а принадлежащей къ тому кубу радиксъ напиши на мѣстѣ радиксовомъ, то есть, за чертою, съ правой руки, которой будетъ первая часть искомаго радикса (§. 272, 273.).
3. Къ остатку, ежели какой будетъ, по вычитаніи того кубическаго числа изъ первой гра-

грани, снеси слѣдующую, то есть вторую грань, въ которой первой знакъ отъ двухъ послѣднихъ отдѣли черточкою, найденной же первой части радикса возьми квадратъ, и оной умножь на́-три, а произведенiе изъ того напиши, съ лѣвой рукѝ, противъ остатка и снесенной грани, вмѣсто дѣлителя, и на оной раздѣли остатокъ съ первымъ отдѣленнымъ снесенной грани зна́комъ, такимъ образомъ, то есть, подъ остаткомъ и первымъ зна́комъ снесенной грани напиши произведенiе найденнаго частнаго числа̀ на принятаго дѣлителя, подъ тѣмъ квадратъ того найденнаго частнаго числа̀, трижды взятой, и умноженной на первую часть напиши такъ, чтобъ единицы сего произведенiя были подъ вторымъ зна́комъ снесенной грани, къ тому жъ присовокупи кубическое число найденной второй части радикса, такимъ образомъ, чтобъ единицы сего куба были подъ послѣднимъ зна́комъ, что съ правой рукѝ, снесенной грани, и напослѣдокъ все сiе сложивъ, сумму вычти изъ всего остатка и всей снесенной грани, а найденное частное число напиши на мѣстѣ радиксовомъ во вторыхъ. Ибо оно будетъ вторая часть искомаго радикса.

4. Къ остатку, естьли будетъ, снеси слѣдующую грань, а послѣдней знакъ, что къ лѣвой рукѣ, отдѣли по прежнему, остатокъ же и первой знакъ снесенной грани раздѣли на квадратъ двухъ

 найден-

найденныхъ первыхъ частей радикса, трижды взятой, и съ частнымъ числомъ, которое будетъ третья часть искомаго радикса, поступая далѣе, какъ во 2. и 3. пунктѣ показано, получишь наконецъ желаемой кубической радиксъ.

Положимъ, что дано число 92713643576, изъ котораго должно извлечь кубической радиксъ: то будетъ.

```
          92,713,643,576|4526 иско. куб. рад.
          64
      48|287,13
        |240
           300
            125
         27125
    6075|15886,43
          12150
             540
               8
         1220408
  812912|3682355,76
           3677472
              48816
                216
           368235576
               o
```

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 276. Что въ примѣчаніи первомъ (§. 265.), въ разсужденіи извлеченія квадратнаго радикса, сказано, тоже почти самое и здѣсь, то есть, въ разсужде-

сужденіи извлеченія кубическаго радикса, примѣчать надлежитъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 277. Ежели какого остатка и перваго отдѣленнаго знака снесенной грани, на квадратъ найденныхъ первыхъ частей, трижды взятой, раздѣлить не можно будетъ: то въ такомъ случаѣ, на мѣстѣ радиксовомъ пишется 0, а къ тому остатку и снесенной грани, сносится слѣдующая грань, и далѣе поступать надлежитъ по прежнему (§. 275.).

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 278. Ежели, по извлеченіи всѣхъ частей кубическаго радикса изъ даннаго числа, будетъ остатокъ: то, приписавъ къ нему три, шесть, девять, и проч. нулей вдругъ, или порознь, то есть, сперьва къ остатку даннаго числа, потомъ къ остатку послѣ того произшедшему, потомъ къ третьему, и такъ далѣе, приписывая по-три нуля, и продолжая дѣйствіе по прежнему (§. 275.), получишь десятыя, сотыя, тысячныя, и проч. части радикса, которыя съ правой руки, на мѣстѣ жъ радиксовомъ, отдѣляя запятою, пишутся. И сіе особливо употребляется для того, чтобъ къ настоящему радиксу ближе подойти, хотя въ самой вещи изъ даннаго числа извлечь кубическаго радикса полнаго, то есть, безъ остатка, не можно; однакожъ такой радиксъ, безъ всякой чувствительной погрѣшности, за настоящей принятъ быть можетъ.

Положимъ, что дано число 66, изъ котораго хотя полнаго кубическаго радикса извлечь не можно; однако ближайшій къ нему можетъ извлеченъ быть слѣдующимъ образомъ:

```
          66,4,        0 4 1
          64
   4800 | 20000,00
        | 19200
           1920
             64
         1939264
  489648 | 607360,00
           489648
             1212
                 1
           4897692I
           11759079
```

[0 — десят. ч.; 4 — сотыя ч.; 1 — тысячныя ч.]

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 279. Понеже въ умноженіи дробей числитель на числителя, а знаменатель на знаменателя умножается (§. 232.), кубическое же число изъ умноженія квадрата на свой радиксъ происходитъ (§. 251.); того ради, когда изъ какой дроби должно будетъ извечь кубической радиксъ: то изъ числителя и знаменателя порознь извлекать надобно, и дробь изъ того произшедшая будетъ кубической радиксъ данной дроби. На пр. дроби $\frac{27}{343}$ будетъ кубической радиксъ $\frac{3}{7}$ (§. 258.). Что жъ касается до смѣшенной дроби, естьли изъ такой когда потребно будетъ извлечь кубической радиксъ: то и объ оной тоже должно примѣчать, что въ первомъ прибавленіи, въ разсужденіи квадратнаго радикса, сказано было (§. 268.).

ПРИМѢЧАНІЕ I.

§. 280. А чтобы знать, справедливо ли зделано извлеченіе кубическаго радикса: то умноживъ его на квадратное число, и къ произведенію, ежели есть какой, приложивъ остатокъ, сумма должна быть то самое число, изъ котораго извлеченъ былъ радиксъ (§. 256.).

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 281. Впрочемъ о такихъ радиксахъ, которыхъ извлечь не можно съ тѣмъ, чтобъ они были полные, то есть, совершенные радиксы даннаго числа, пространно и подробно упомянуто будетъ въ Алгебрѣ.

ГЛАВА СЕДЬМАЯ
О
ЛОГАРИѲМАХЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XL.

§. 282.

Ежели подъ Геометрическою прогрессїею, начинающеюся съ единицы, подписана будетъ Ариѳметическая прогрессїя, начинающаяся съ нуля: то числа, внизу подписанныя, называются верьхнихъ *логариѳмы* (Logarithmi).

Положимъ, что даны прогрессїи:

Геом.	1,	2,	4,	8,	16,	32,	64,	128,	256
Ариѳ.	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8

то логариѳмъ 1 будетъ 0; логариѳмъ 4 будетъ 2; а логариѳмъ 32 будетъ 5 и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 283. Ежели прогрессїя Ариѳметическая будетъ рядъ чиселъ натуральныхъ, и начинается съ нуля, какъ и въ данномъ примѣрѣ (§. 282.): то логариѳмы будутъ не что инное, какъ числа, означающїя разстоянїе пропорцїональныхъ чиселъ отъ единицы. Такимъ образомъ 1 будетъ логариѳмъ того числа, которое занимаетъ первое мѣсто послѣ единицы, а 2 будетъ логариѳмъ того числа, которое занимаетъ второе мѣсто послѣ единицы, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 284. Понеже числа въ прогрессіи Геометрической начинающіяся съ единицы и продолжающіяся далѣе въ одинакомъ содержаніи суть не что инное, какъ степени въ натуральномъ порядкѣ одна за другою слѣдующія (§. 252.), и прогрессія Ариѳметическая будетъ такаяжъ, какъ и въ данномъ примѣрѣ (§. 282.): то логариѳмы будутъ не что инное, какъ знаменатели (§. 253.), то есть, числа, показывающія возвышеніе тѣхъ степеней, которымъ они соотвѣтствуютъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 285. Понеже какъ прогрессія Геометрическая, такъ и Ариѳметическая принимаются по изволенію: то и данныхъ числъ разные логариѳмы будутъ, и слѣдовательно разныя таблицы логариѳмовъ сочинены быть могутъ; но во всѣхъ таблицахъ логариѳмъ единицы долженъ быть 0. На пр. ежели будутъ такія прогрессіи:

Геом. 1, 4, 16, 64, 256
Ариѳ. 0, 1, 2, 3, 4

то тѣхъже числъ, на пр. 4 и 16, отмѣнные отъ прежнихъ произойдутъ логариѳмы. Ибо въ первомъ случаѣ 4 былъ логариѳмъ 2, а 16 былъ логариѳмъ 4, (§. 282.); здѣсь же 4 логариѳмъ 1, а 16 логариѳмъ 2 здѣлался.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 286. Таблицы логариѳмовъ, которые обыкновенно употребляются, основаны на двухъ слѣдующихъ прогрессіяхъ:

Геом, 1.0000000, 10,0000000, 100,0000000, 1000,0000000,
Ариѳ. 0,0000000, 1,0000000, 2.0000000, 3.0000000,

По сему числа 10 логариѳмъ будетъ 1, или 1, 0000000; 100, логариѳмъ 2, или, 2, 0000000; 1000; логариѳмъ 3, или, 3, 0000000; и слѣдовательно въ такомъ случаѣ, каждой логариѳмъ содержитъ въ себѣ столько цѣлыхъ единицъ, сколько нулей при числѣ логариѳму соотвѣтствующемъ находится, и логариѳмы числъ между числами въ прогрессіи

гресcїи Геометрической состоящихъ изображены быть должны десятичными дробями. Такимъ образомъ тѣхъ чиселъ, которыя содержатся между 1 и 10, будутъ логариѳмы меньше единицы, а которыя содержатся между 10 и 100, тѣхъ логариѳмы должны быть меньше, нежели 2, а больше, нежели 1; и такъ далѣе. Или вообще, при логариѳмѣ какого ни будь числа находящееся число цѣлыхъ единицъ должно быть меньше единицею, нежели изъ сколикихъ знаковъ данное число состоитъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 287. Число цѣлыхъ единицъ, при какомъ ни будь логариѳмѣ находящихся, называется *характеристикою* (Characteristica), которая извѣстна будетъ, ежели извѣстно, изъ сколькихъ знаковъ число сему логариѳму соотвѣтствующее состоитъ, и обратно, ежели данъ будетъ какой логариѳмъ: то по характеристикѣ узнать можно, изъ сколикихъ знаковъ должно состоять число, соотвѣтствующее сему логариѳму,

ТЕОРЕМА XXV.

§. 288. *Ежели логариѳмъ единицы будетъ 0: то логариѳмъ произведенія двухъ чиселъ будетъ равенъ суммѣ логариѳмовъ, множимыхъ между собою чиселъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже единица содержится къ одному изъ множимыхъ чиселъ такъ, какъ и другое множимое къ произведенію (§. 66.); но соотвѣтствующїе числамъ логариѳмы состоятъ въ прогрессїи Ариѳметической (§ 282); то логариѳмъ произведенія будетъ четвертое Ариѳметическое пропорцїональное число, которое найдется, когда къ третьему числу

числу придано будетъ второе, и изъ суммы ихъ вычтется первое (§. 169.): но логариѳмъ единицы есть 0; слѣдовательно логариѳмъ произведенія двухъ чиселъ будетъ равенъ суммѣ логариѳмовъ множимыхъ между собою чиселъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 289. Понеже квадратное число происходитъ изъ умноженія его радикса самого на себя (§. 250.); того ради логариѳмъ квадратнаго числа будетъ вдвое больше нежели логариѳмъ радикса его, и на оборотъ, логариѳмъ радикса квадратнаго равенъ половинѣ логариѳма квадратнаго числа, то есть, логариѳмъ квадратнаго числа найдется, ежели логариѳмъ его радикса будетъ удвоенъ. Равнымъ образомъ, понеже кубическое число происходитъ изъ умноженія квадратнаго числа на свой радиксъ (§. 151.): то логариѳмъ кубическаго числа будетъ втрое больше, нежели логариѳмъ радикса его, и на оборотъ, логариѳмъ кубическаго радикса будетъ равенъ третей части логариѳма кубическаго числа, то есть, логариѳмъ кубическаго числа найдется, ежели логариѳмъ радикса его будетъ утроенъ, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 290. Когда единица къ знаменателю какой степени содержится такъ, какъ логариѳмъ радикса ея къ логариѳму самой степени (§. 255.): то логариѳмъ степени найдется, когда логариѳмъ радикса ея будетъ умноженъ на знаменателя (§. 60.), и на оборотъ, логариѳмъ радикса ея найдется, когда логариѳмъ той степени раздѣлится на ея знаменателя (§. 67.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 391. Для лучшаго понятія вышеписанныхъ (§. 288, 289.), предлагаются здѣсь слѣдующіе примѣры. На пр. 3, сумма логариѳмовъ 1 + 2, есть логариѳмъ произведенія 8 двухъ чиселъ 2 × 4; равнымъ образомъ 7, сумма логариѳмовъ 2 + 5, есть логариѳмъ произведенія 128 = 4 × 32. Также 3, логариѳмъ радикса квадратнаго 8, есть половина логариѳма 6 соотвѣтствующаго квадрату 64, и 2, логариѳмъ радикса

дикса кубическаго 4, есть третья часть логариѳма 6, соотвѣтствующаго кубу 64, и проч.

ТЕОРЕМА XXVI.

§. 292. *Логариѳмъ частнаго числа равенъ разности логариѳмовъ дѣлимаго числа и дѣлителя.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже дѣлитель къ дѣлимому числу содержится, какъ единица къ частному числу (§. 76.); но соотвѣтствующïе имъ логариѳмы состоятъ въ прогрессïи Ариѳметической (§. 282.): то логариѳмъ частнаго числа будетъ четвертое Ариѳметическое пропорцïональное число, которое найдется, когда къ третьему числу придано будетъ второе, и изъ суммы ихъ вычтется первое (§. 169.): но логариѳмъ единицы есть 0; слѣдовательно логариѳмъ частнаго числа будетъ равенъ разности логариѳмовъ дѣлимаго числа и дѣлителя. Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 293. Положимъ, что дѣлимое дано 64, а дѣлитель 16: то логариѳмъ 2 частнаго числа 4 будетъ равенъ разности логариѳмовъ дѣлимаго числа и дѣлителя, то есть, 4 — 9 = 2; равнымъ образомъ разность 4, между логариѳмами 3 и 7, дѣлителя и дѣлимаго числа, будетъ логариѳмъ частнаго числа 16, которое произошло изъ раздѣленïя 128 на 8.

ЗАДАЧА XLVII.

§. 294. *Найти логариѳмъ какого числа, и показать способъ, какъ находить логариѳмы для всѣхъ обыкновенныхъ чиселъ.*

РѢШЕНІЕ.

Хотя чиселъ, состоящихъ между 1 и 10, 10 и 100, 100 и 1000, то есть, 2, 3, 11,

12, 105, 115, и проч. совершенныхъ логариѳмовъ имѣть не можно (§. 286.); однако можно сыскать логариѳмы такихъ чиселъ, которыя отъ нихъ самою малою дробью разнствуютъ, и логариѳмы ихъ приняты быть могутъ за логариѳмы тѣхъ самыхъ чиселъ. Положимъ, что требуется сыскать логариѳмъ числа 9: то

1. Понеже число 9 содержится между 1 и 10; того ради между 1 и 10, придавъ къ нимъ по семи нулей (§. 286.), надлежитъ сыскать среднее Геометрическое пропорціональное число (§. 176.), а между логариѳмами ихъ среднее Ариѳметическое пропорціональное число (§. 172.).

2. Потомъ между найденнымъ среднимъ Геометрическимъ пропорціональнымъ числомъ и большимъ, надлежитъ еще сыскать среднее Геометрическое пропорціональное число, а между логариѳмами ихъ среднее Ариѳметическое пропорціональное число, то есть, должно вмѣщать новые члены между членами ближайшими къ данному, и ко всякому найденному члену сыскивать соотвѣтствующій логариѳмъ, и подобныя дѣйствія продолжать до тѣхъ поръ, пока среднее Геометрическое пропорціональное число не будетъ съ нѣсколькими нулями то самое число, котораго логариѳмъ требуется. Такимъ образомъ, по долговременномъ трудѣ, получишь желаемое; что самое яснѣе можно видѣть изъ приложенной при семъ таблицы:

средпія

	среднія Геом. пропор. числ.	логариѳмы.		средн Геом. пропор. чис.	логариѳмы.
A	1. 0000000	0. 0000000	L	9. 0173333	0. 9550781
C	3. 1622777	0. 5000000	N	9. 0072008	0. 9545898
B	10. 0000000	1. 0000000	M	8. 9970796	0. 9541016
B	10. 0000000	1. 0000000	N	9. 0072008	0. 9545898
D	5. 6234132	0. 7500000	O	9. 0021388	0. 9543457
C	3. 1622777	0. 5000000	M	8. 9970796	0. 9541016
B	10. 0000000	1. 0000000	O	9. 0021388	0. 9543457
E	7. 4989421	0. 8750000	P	8. 9996088	0. 9542236
D	5. 6234132	0. 7500000	M	8. 9970796	0. 9541016
B	10. 0000000	1. 0000000	O	9. 0021388	0. 9543457
F	8. 6596432	0. 9375000	Q	9. 0008737	0. 9542847
E	7. 4989421	0. 8750000	P	8. 9996088	0. 9542236
B	10. 0000000	1. 0000000	Q	9. 0008737	0. 9542847
G	9. 3057204	0. 9687000	R	9. 0002412	0. 9542542
F	8. 6596432	0. 9375000	P	8. 9996088	0. 9542236
G	9. 3057204	0. 9687000	R	9. 0002412	0. 9542542
H	8. 9768713	0. 9531250	S	8. 9999250	0. 9542389
F	8. 6596432	0. 9375000	P	8. 9996088	0. 9542236
G	9. 3057204	0. 9687000	R	9. 0002412	0. 9542542
I	9. 1398170	0. 9609375	T	9. 0000831	0. 9542465
H	8. 9768713	0. 9531250	S	8. 9999250	0. 9542389
I	9. 1398170	0. 9609375	T	9. 0000831	0. 9542465
K	9. 0579777	0. 9570312	V	9. 0000041	0. 9542427
H	8. 9768713	0. 9531250	S	8. 9999250	0. 9542389
K	9. 0579777	0. 9570312	V	9. 0000041	0. 9542427
L	9. 0173333	0. 9550781	X	8. 9999650	0. 9542408
H	8. 9768713	0. 9531250	S	8. 9999250	0. 9542389
L	9. 0173333	0. 9550781	V	9. 0000041	0. 9542427
M	8. 9970796	0. 9541016	Y	8. 9999845	0. 9542417
H	8. 9768713	0. 9531250	X	8. 9999650	0. 9542408

	средніѧ Геом. пропор. числ.	логариѳмы.		средн. Геом. пропор. чис.	логариѳмы.
V	9. 0000041	0 9542427	*b*	9. 0000016	0. 9542426
Z	8. 9999943	0. 9542422	*c*	9. 0000004	0. 9542425
Y	8. 9999845	0 9542417	*a*	8. 9999992	0 9542425
V	9. 0000041	0 9542427	*c*	9. 0000004	0. 9542425
a	8. 9999992	0. 9542425	*d*	8. 9999998	0. 9542425
Z	8. 9999943	0. 9542422	*a*	8. 9999992	0. 9542425
V	9. 0000041	0. 9542427	*c*	9. 0000004	0. 9542425
b	9. 0000016	0. 9542426	*e*	9. 0000000	0. 9542425
a	8. 9999992	0. 9542425	*d*	8. 9999998	0. 9542435

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 295: Равнымъ образомъ сыскиваются логариѳмы и прочихъ чиселъ (§. 294.), хотя въ самой вещи нѣтъ нужды сыскивать оные, по причинѣ столь продолжительнаго труда. Ибо, естьли какія числа происходятъ изъ умноженія другихъ, которыхъ логариѳмы уже извѣстны: то надлежитъ только тѣ логариѳмы сложить (§. 288.); естьлижъ какія числа происходятъ изъ дѣленія другихъ, которыхъ логариѳмы уже найдены: то надлежитъ только тѣ логариѳмы одинъ изъ другаго вычесть (§. 292.), и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 296. Изъ приложенной выше сего таблицы явствуетъ, что характеристика логариѳмовъ, соотвѣтствующихъ числамъ, состоящимъ между 1 и 10 есть 0, а характеристика логариѳмовъ, соотвѣтствующихъ всѣмъ тѣмъ числамъ, которыя состоятъ между 10 и 100, есть 1, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 297. Слѣдовательно логариѳмы тѣхъ чиселъ, которыя на концѣ увеличиваются нулемъ, разнствуютъ между собою только характеристикою. Положимъ, что числа 6 логариѳмъ есть 0, 7781512: то логариѳмъ числа 60 будетъ 1, 7781512.

ПРИ-

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 298. Понеже всякаго числа логариѳмъ состоитъ изъ цѣлаго числа и десятичной дроби, которая называется *мантиссою*, и цѣлое число не что инное, какъ характеристика, которая показываетъ число знаковъ, находящихся при логариѳмѣ (§. 287.): то мантисса будетъ показывать, какіе оные знаки должны быть; и ежели по мантиссѣ найдено будетъ число, соотвѣтствующее логариѳму: то характеристика покажетъ, сколько знаковъ въ найденномъ числѣ будетъ принадлежать къ цѣлымъ числамъ (§. 285.). На пр. ежели будетъ слѣдующей логариѳмъ 3, 7603471: то мантисса показываетъ, что число сему логариѳму соотвѣтствующее есть 5759. Но понеже характеристика показываетъ, что число должно состоять изъ трехъ только знаковъ; слѣдовательно соотвѣтствующее число сему логариѳму будетъ 575.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 299. Такимъ образомъ можно видѣть, какъ находить логариѳмы такихъ чиселъ, при которыхъ находятся десятичныя дроби. Надлежитъ представить, будтобы всѣ знаки даннаго числа означали цѣлыя части, потомъ взявъ изъ таблицъ соотвѣтствующей имъ логариѳмъ, характеристику должно перемѣнить, какъ свойство логариѳмовъ требуетъ (§. 286.). На пр. ежели бы дано было число 794, 2: то бы логариѳмъ онаго былъ 2, 8999299. Равнымъ образомъ числа 7, 942, будетъ логариѳмъ 0, 8999299. И сіе тогда только безъ погрѣшности употреблять можно, когда въ данномъ числѣ не болѣе будетъ, какъ четыре знака. Ибо обыкновенныя таблицы логариѳмовъ не далѣе простираются, какъ до 10000.

ЗАДАЧА XLVIII.

§. 300. *Найти соотвѣтствующей логариѳмъ такому числу, которое превосходитъ* 10000.

РѢШЕНІЕ.

1. Въ данномъ числѣ отдѣли четыре знака къ лѣвой рукѣ, и онымъ соотвѣтствующей логариѳмъ сыщи въ таблицахъ.

2. Найденной логариѳмъ вычти изъ ближайше большаго находящагося. въ таблицахъ.
3. Потомъ дѣлай тройное правило, въ которомъ первымъ членомъ будетъ единица съ столькими нулями, сколько знаковъ къ правой рукѣ осталось въ данномъ числѣ; вторымъ, оные оставшіеся знаки даннаго числа; а третьимъ разность логариѳмовъ.
4. Наконецъ найденное четвертое пропорціональное число придай къ логариѳму, изъ таблицъ взятому, а характеристику перемѣни, смотря по числу знаковъ даннаго числа; такимъ образомъ произойдетъ искомой логариѳмъ.

Положимъ, что требуется сыскать логариѳмъ числа 92375: то отдѣленныхъ знаковъ 9237 будетъ логариѳмъ 3, 9655309, разность между симъ и ближнимъ послѣ его слѣдующимъ большимъ логариѳмомъ будетъ 471; и понеже въ данномъ числѣ остается еще одинъ знакъ: то будетъ слѣдующая пропорція:

$$10 : 5 = 471 : 235.$$

Слѣдовательно искомой логариѳмъ даннаго числа будетъ 4, 9655544.

ЗАДАЧА XLXI.

§. 301. *Найти соотвѣтствующее число такому логариѳму, котораго въ таблицахъ не находится.*

РѢШЕНІЕ.

Первой случай. Ежели характеристика даннаго логариѳма будетъ 0, или 1, или 2: то

1. Характеристику перемѣня на 3, а мантиссу оставя тужъ, сыщи въ таблицахъ число соотвѣтствующее такому логариѳму, которой ближе прочихъ подходитъ къ данному.

2. Потомъ въ найденномъ числѣ отдѣли, съ правой руки, столько знаковъ, для десятичныхъ дробей, сколько единицъ къ характеристикѣ, въ разсужденіи перемѣны, придано будетъ. Такимъ образомъ найдется число соотвѣтствующее данному логариѳму.

Положимъ, что данъ логариѳмъ 1, 9446784: то соотвѣтствующее число такому логариѳму, которой ближе прочихъ подходитъ къ сему данному, будетъ 88. Но сего числа, то есть, 88, настоящей логариѳмъ есть 1, 9444827, и для того характеристику перемѣня на 3, ищи логариѳму 3, 9446784 соотвѣтствующее число, которое будетъ 8804; но понеже къ характеристикѣ въ разсужденіи перемѣны, приданы двѣ единицы; того ради отъ найденнаго числа отдѣля два знака, съ правой руки, для десятичныхъ дробей, оставшіеся знаки, къ лѣвой рукѣ, будутъ изображать цѣлое число соотвѣтствующее данному логариѳму. На пр. 88 будутъ цѣлыя, а 04, десятыя и сотыя части, что самое изображается слѣдующимъ образомъ: 88, 04, или 88 $\frac{04}{100}$.

Второй случай. Ежели характеристика даннаго логариѳма будетъ 2, или 3: то

1. Взявъ изъ таблицъ логариѳмъ меньшей ближайшей къ данному, вычти оной изъ большаго ближайшаго къ данному, и изъ самаго даннаго.
2. Потомъ дѣлай посылку: какъ первая разность къ 100, или къ 1000, или къ 10000, такъ вторая къ искомымъ десятымъ, сотымъ, тысячнымъ, или десятитысячнымъ частямъ.
3. Найденныя части припиши къ числу, которое соотвѣтствуетъ меньшему логариѳму, ближайшему къ данному. Такимъ образомъ будетъ найдено точнѣйшее число, соотвѣтствующее данному логариѳму.

Положимъ, что данъ логариѳмъ 3,7589982, къ которому меньшей ближайшей будетъ 3,7589875, а соотвѣтствующее ему число 5741; слѣдовательно между данымъ логариѳмомъ и меньшимъ къ нему ближайшимъ будетъ разность 107; большей ближайшей къ данному логариѳмъ есть 3,7590632, и разность между имъ и меньшимъ ближайшимъ, то есть, 3,7590632 — 3,7589875 будетъ = 757. По чему

$$757 : 100 = 107 : 14$$

И такъ данному логариѳму точнѣйшее прежняго будетъ соотвѣтствовать число 5741,14, или, $5741\frac{14}{100}$. А ежели бы на второмъ мѣстѣ поставлено было число 1000: то бы искомое число было 5741,141, или, $5741\frac{141}{1000}$, и проч.

ЗАДАЧА L.

§. 302. *Найти соотвѣтствующее число такому логариѳму, которой будетъ больше, нежели логариѳмъ числа* 10000.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

Перпой случай. Ежели не будешъ требовано того, чтобъ соотвѣтствующее число было точнѣйшее: то

1. Данному логариѳму найди соотвѣтствующее число, смотря на мантиссу онаго, (§. 298.).

2. Найденное соотвѣтствующее число увеличь, или уменьши, смотря на то, какой должно быть характеристикѣ, (§. 287, 286.). Такимъ образомъ будетъ извѣстно желаемое соотвѣтствующее число данному логариѳму.

Положимъ, что данъ логариѳмъ 6,7589982: то въ разсужденіи мантиссы, будетъ сему логариѳму соотвѣтствующее число 5741. Но понеже характеристика показываетъ, что число должно состоять изъ семи знаковъ; того ради будетъ соотвѣтствующее число 5741000.

Второй случай. Ежели будетъ требовано, чтобъ соотвѣтствующее число было точнѣйшее: то

1. Изъ даннаго логариѳма вычти логариѳмъ числа 10, или 100, или 1000, или 10000, для того, чтобъ оставшейся логариѳмъ былъ меньше, нежели какой послѣднимъ находится въ таблицахъ.

2. Оставшемуся логариѳму найди соотвѣтствующее число, по второму случаю, (§. 301.), и

3. Оное умножь на 10, или на 100, или на 1000, или на 10000. Такимъ образомъ

произведеніе изъ того будетъ точнѣйшее соотвѣтствующее число данному логарием-му.

Положимъ, что данъ логариемъ 7,7589982: то вычетши изъ сего логариемъ числа 10000, которой есть 4,0000000, останется логариемъ 3,7589982, и ему соотвѣтствующее число есть $5741 \frac{141}{1000}$, которое умноживъ на 1000, произведеніе 5741141 будетъ желаемое соотвѣтствующее число (§. 68.).

ЗАДАЧА LI.

§. 304. *Найти логариемъ правильной дроби.*

РѢШЕНІЕ.

1. Логариемъ числителя вычти изъ логариема знаменателя.
2. Предъ разностью ихъ поставь знакъ вычитанія (§. 49.). Такимъ образомъ найдется логариемъ дроби.

Положимъ, что требуется сыскать логариемъ дроби $\frac{3}{7}$: то будетъ

логариемъ 7 = 0,8450980
логариемъ 3 = 0,4771213
логариемъ $\frac{3}{7}$ = −0,3679767

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда дробь есть частное число, происходящее изъ раздѣленія числителя на знаменателя (§. 202, 114, 112.): то логариемъ ея будетъ разность между логариемами соотвѣтствующими числителю и знаменателю (§. 292.); но какъ числитель есть меньше знаменателя (§. 207.): то и разность между ими будетъ отрицательная (§. 56.). Ч. н. д.

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 305. Не должно имѣть никакого сомнѣнія въ томъ, что логариѳмъ правильной дроби есть отрицательной. Ибо, когда единицы логариѳмъ есть 0 (§. 285.): то логариѳмъ дроби неотмѣнно долженъ быть меньше, нежели 0; поколику дробь есть меньше единицы (§. 199.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 306. Понеже въ неправильной дроби числитель есть больше знаменателя (§. 207.): то логариѳмъ ея найдется, ежели изъ логариѳма числителя будетъ вычтенъ логариѳмъ знаменателя (§. 293.).

Положимъ, что требуется сыскать логариѳмъ дроби $\frac{9}{5}$: то будетъ

логариѳмъ 9 = 0, 9542425
логариѳмъ 5 = 0, 6989700

логариѳмъ $\frac{9}{5}$ = 0, 2552725

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 307. Равнымъ образомъ и смѣшенной дроби логариѳмъ сыскивается (§. 306.); поколику оную можно привести въ неправильную (§. 211.).

Положимъ, что требуется сыскать логариѳмъ смѣшенной дроби $3\frac{2}{7}$: то, приведши ея въ неправильную $= \frac{23}{7}$, будетъ

логариѳмъ 23 = 1, 3617278
логариѳмъ 7 = 0, 8450980

логариѳмъ $3\frac{2}{7}$ = 0, 5166298

ЗАДАЧА LII.

§. 308. *Къ даннымъ тремъ числамъ, помощію логариѳмовъ, найти четвертое пропорціональное геометрическое число.*

РѢШЕНІЕ.

1. Логариѳмъ втораго числа сложи съ логариѳмомъ третьяго.
2. Изъ суммы ихъ вычти логариѳмъ перваго, остатокъ будетъ логариѳмъ четвертаго пропорціональнаго числа, (§. 173, 288, 292.).

Положимъ, что требуется сыскать четвертое пропорцїональное геометрическое число къ тремъ даннымъ слѣдующимъ числамъ 4, 68, 3: то будетъ

логариѳмъ 68 = 1, 8325089
логариѳмъ 3 = 0, 4771213

сумма = 2, 3096302
логариѳмъ 4 = 0, 6020600

1, 7075702 логариѳмъ

четвертаго пропорцїональнаго числа, которому въ таблицахъ находится соотвѣтствующее число 51.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 309. Изъ чего видно, что, когда вмѣсто чиселъ приняты будутъ логариѳмы оныхъ, умноженїе въ сложенїе, а дѣленїе въ вычитанїе перемѣняется.

ПРИМѢЧАНIЕ 1.

§. 310. Хотя употребленїе логариѳмовъ довольно видно будетъ изъ тригонометрїи; однакожъ и въ общемъ житїи бываютъ такїе случаи, гдѣ логариѳмы съ великою пользою употреблены быть могутъ. По чему и тройное правило чрезъ логариѳмы весьма способнѣе, а въ разсужденїи большихъ чиселъ, исправнѣе дѣлать можно.

ПРИМѢЧАНIЕ 2.

§. 311. Что касается до логариѳмовъ синусовъ и тангенсовъ, объ оныхъ въ тригонометрїи, какъ единственно принадлежащихъ къ оной, обстоятельно упомянуто, и употребленїе ихъ показано будетъ.

ГЛАВА

ГЛАВА ОСЬМАЯ
О
ДЕСЯТИЧНЫХЪ ДРОБЯХЪ.
ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLI.
§. 312.

Десятичныя дроби, или *десятичныя числа.* (Fractiones decimales, siue numeri decimales) суть не что инное, какъ части десятыя, сотыя, тысячныя и проч. какого цѣлаго. Или, *десятичныя дроби* называются тѣ, которыя имѣютъ, вмѣсто знаменателя, единицу съ нѣкоторымъ числомъ нулей. На пр. $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{9}{1000}$, и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 313. Слѣдовательно знаменатели десятичныхъ дробей продолжаются въ десятерномъ содержаніи. По чему и наимянованіе свое получили десятичныя дроби отъ прогрессіи геометрической, начинающейся съ единицы и продолжающейся далѣе въ десятерномъ содержаніи (§. 286.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 314. Понеже десятичныя дроби имѣютъ знаменателемъ единицу, съ нѣкоторымъ числомъ нулей (§. 312.); того ради, для краткаго изображенія, и способнѣйшаго исчисленія десятичныхъ дробей, знаменатель ихъ не пишется, но одинъ только числитель, сверьху котораго надписывается, чрезъ извѣстные знаки (§. 19.), число нулей, находящихся въ знаменателѣ. На пр. $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{6}{1000}$, $\frac{8}{10000}$ пишутся такимъ образомъ: 3^1, 4^2, 6^3, 8^4; и слѣдовательно, надписываемые знаки сверьху числителей, не что инное суть, какъ логариѳмы ихъ знаменателей (§. 286.).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 315. Но чтобъ надписанные знаки сверьху числителей не могли почитаемы быть также за знаменателей степеней (§. 253): то лучше можно изображать оные слѣдующимъ образомъ: $\overset{\text{I}}{3}\overset{\text{II}}{4}\overset{\text{III}}{6}\overset{\text{IV}}{8}$, а

выговаривать, три десятыхъ, четыре сотыхъ, шесть тысячныхъ, восемь десятитысячныхъ частей и проч.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§ 316. Знаки, которыми изображаются десятичныя дроби, такое жъ знаменованіе имѣютъ, какъ и знаки простыхъ чиселъ (§. 24.); но въ томъ только одно различіе состоитъ, что знаки въ цѣлыхъ числахъ, къ лѣвой рукѣ, всегда въ десятеро больше становятся (§. 22, 24.); въ десятичныхъ же дробяхъ, напротивъ того, къ правой рукѣ, въ десятеро меньше оные убавляются.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 317. Цѣлыя числа, находящіяся при десятичныхъ дробяхъ, имѣютъ такое жъ знаменованіе, какое бы имѣли они и безъ оныхъ, и для распознанія, отъ десятичныхъ дробей отдѣляются точкою (§. 267.). На пр. 19 $\frac{4}{10}$ пишутся такимъ образомъ 19. 4.

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 318. Десятичныя дроби, отъ прибавленія къ нимъ нулей, съ правой руки, въ содержаніи своемъ не перемѣняются. На пр. $\frac{1}{10}$ тоже значитъ, что $\frac{10}{100}$, а $\frac{10}{100}$ тоже значитъ, что и $\frac{100}{1000}$ (§. 146.).

ТЕОРЕМА XXVII.

§. 319. *Естьли будетъ дано нѣсколько десятичныхъ дробей: то оныя, для краткости, могутъ изображены быть одною дробью, безъ псякой перемѣны ихъ знаменопанія*, на пр. $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{6}{1000}$, *будутъ пъ одной дроби* $\frac{346}{1000}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $\frac{3}{10} = \frac{300}{1000}$, $\frac{4}{100} = \frac{40}{1000}$ (§. 318, 316.), и $\frac{6}{1000} = \frac{6}{1000}$ (§. 30.): то $300 + 40 + 6 = \frac{346}{1000}$ (§. 224.) $= \overset{\text{I}}{3}\overset{\text{II}}{4}\overset{\text{III}}{6}$ (§. 315.). Ч. н. д.

ПРИ-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 320. Когда нѣсколько десятичныхъ дробей изображаются одною дробью (§. 319.): то и знаки, означающїе число нулей, находящихся въ знаменателѣ, могутъ изображаться чрезъ одинъ только послѣдней знакъ, что съ правой рукѝ, которой потому и называется большимъ знаменателемъ, или знáкомъ большаго знаменованїя, (Nominator, sive apex, maximus). На пр. $3^{I}\,4^{II}\,6^{III}$ изображены быть могутъ такимъ образомъ: 346^{III}.

ТЕОРЕМА XXVIII.

§. 321. Ежели цѣлое число съ находящимися при себѣ десятичными дробями будетъ сложено: то произшедшей изъ того дрóби числитель будетъ сумма, состоящая изъ всѣхъ знаковъ цѣлаго числа, и изъ всѣхъ знаковъ числителей данныхъ десятичныхъ дробей, а знаменатель будетъ тотъ, которой есть больше изъ данныхъ. На пр. $32 + \frac{5}{10} + \frac{4}{100} + \frac{9}{1000} = \frac{32549}{1000}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда десятичныя дрóби $\frac{5}{10} + \frac{4}{100} + \frac{9}{1000}$, вмѣстѣ взятыя, равняются одной десятичной дрóби $\frac{549}{1000}$ (§. 319.), и цѣлое число 32 приведенное къ одинакому знаменателю съ десятичною дробью есть $\frac{32000}{1000}$ (§. 213.): то произойдутъ изъ того двѣ дрóби $\frac{549}{1000}$ и $\frac{32000}{1000}$, имѣющїя одинакаго знаменателя 1000, и слѣдственно, обѣ вмѣстѣ сложенныя, составятъ сумму $\frac{32549}{1000}$ (§. 224.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 322. Изъ чего видно, что, безъ всякой перемѣны знаменованїя десятичныхъ дробей, естьли въ числителяхъ

ихъ

ихъ не доставать будетъ какихъ знаковъ съ краю, или въ срединѣ, съ лѣвой руки, можно дополнить оные нулями. На пр. $\frac{8}{10000}$ будетъ, чрез дополненіе нулей, $= \frac{0008}{10000} = 0^{I}\,0^{II}\,0^{III}\,8^{IV}$ (§. 315.) $= 0008^{IV}$ (§. 320.), а $\frac{3}{10} + \frac{7}{1000} = 3007^{IV}$.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 323. Когда одно число на другое, въ разсужденіи простыхъ чиселъ, безъ остатка не раздѣлится, и потребно будетъ, вмѣсто дроби, въ частномъ числѣ имѣть десятичную: то въ такомъ случаѣ надлежитъ приложить къ остатку столько нулей, сколько десятичныхъ дробей потребно, или порознь по одному нулю прибавлять къ происходящимъ остаткамъ до тѣхъ поръ, пока не найдется довольно десятичныхъ дробей, и дѣйствіе продолжать обыкновеннымъ образомъ (§. 80.). На пр. на 362 раздѣля 147475, выдетъ частное число съ десятичною дробью $= 407 \cdot 3895^{IV}$.

$362 \,|\, 147475 \cdot 0000 \,|\, 407 \cdot 3895^{IV}$

или

$362 \,|\, 147475 \,|\, 407 \cdot \frac{3895}{10000} = 407 \cdot 3895^{IV}$ (§. 320.)

```
        362 | 147475 | 407
              1448
              ----
                2675
                2534
                ----
        362 |   1410
                1086
                ----
        362 |   3240
                2896
                ----
        362 |   3440
                3258
                ----
        362 |   1820
                1810
                ----
                  10
```

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 324. Понеже всякая дробь можетъ принята быть за содержанiе, котораго предъидущимъ членомъ будетъ числитель дроби, а послѣдующимъ знаменатель оныя (§. 114.), и въ содержанiи Геометрическомъ предъидущей членъ обыкновенно дѣлится на послѣдующей (§. 112.): то, въ разсужденiи сихъ обстоятельствъ, можно всякую простую дробь привести въ десятичную, придавъ къ числителю ея вдругъ нѣсколько нулей, для желаемыхъ десятичныхъ дробей (§. 323.), такъ чтобъ числитель съ приложенными нулями на знаменателя дроби раздѣлился безъ остатка, что яснѣе можно видѣть изъ приложенныхъ при семъ примѣровъ:

$\frac{3}{4}\,)\,3.00\,(\,0.75^{II}$; $\frac{5}{8}\,)\,5.000\,(\,0.625^{III}$; $\frac{2}{25}\,)\,2.00\,(\,0.08^{II}$.

и проч. а что нуль предъ каждымъ частнымъ числомъ находится, въ томъ сомнѣнiя имѣть не должно. Ибо 4 въ 3, 8 въ 5, 25 въ 2, ни разу бы не могли содержаться; естьлибы не было прибавлено нулей; по чему и пишется предъ частнымъ числомъ 0 (§. 80. пунктъ. 3), и отдѣляется точкою для того, что послѣ его слѣдуютъ желаемыя десятичныя дроби (§. 317.).

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 325. Изъ чего видно, что, въ разсужденiи приведенiя простыхъ дробей въ десятичныя, столько знаковъ въ частномъ числѣ выходитъ, сколько нулей въ дѣленiи къ числителю придается (§. 324.). На пр.

$\frac{1}{25}\,)\,1.000\,(\,0.008^{III}$. Ибо $\frac{8}{1000} = \frac{1}{25}$; также $\frac{3}{2500}$ будетъ

$2500\,)\,3.0000\,(\,0.0012^{IV}$. ибо $\frac{12}{10000} = \frac{3}{2500}$ (§. 146).

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 326. Понеже есть много такихъ дробей, которыя, по прибавленiи къ нимъ нѣсколькихъ нулей, въ десятныя дроби приведены быть не могутъ безъ остатка, на пр. $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{12}$ и проч. то въ такомъ случаѣ приводить оныя должно по крайней мѣрѣ въ такiя десятичныя дроби, которыя по большей части въ употребленiи. На пр. $\frac{1}{3} = 0.333^{III}$; $\frac{4}{7} = 0.57^{II}$; $\frac{5}{12} = 0.417^{III}$ и прч. (§. 324.).

ЗАДАЧА LIII.

§. 327. *Сложить десятичныя дроби, или вычесть одну изъ другой.*

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. Цѣлыя числа, естьли будутъ даны, подъ цѣлыми должно подписать надлежащимъ образомъ (§. 45.), а изъ данныхъ десятичныхъ дробей одну подъ другой подписывать такъ, чтобъ, въ разсужденіи надписанныхъ знаковъ, одна другой соотвѣтствовала, и потомъ складывать дроби съ дробьми, а цѣлыя съ цѣлыми; или; вычитать дроби изъ дробей, а цѣлыя изъ цѣлыхъ такъ, какъ простыхъ чиселъ сложеніе и вычитаніе дѣлается (§. 45, 53.).
2. Потомъ надъ произшедшею суммою, или разностью, должно надписать надлежащіе знаки (§. 315.), такимъ образомъ будетъ извѣстна желаемая сумма, или разность десятичныхъ дробей.

Положимъ, что дано сложить $4852.7^{I}1^{II}$; $4.0^{I}0^{II}7^{III}4^{IV}5^{V}$; 2.7^{I}; $0.0^{I}0^{II}4^{III}9^{IV}$: то будетъ

$$
\begin{array}{r}
4852.7^{I}1^{II} \\
4.0^{I}0^{II}7^{III}4^{IV}5^{V} \\
2.7^{I} \\
0.0^{I}0^{II}4^{III}9^{IV} \\
\hline
\end{array}
$$

Сумма $4859.4^{I}2^{II}2^{III}3^{IV}5^{V} = 4859.42235^{V}$ (§. 320.).

Положимъ, что дано вычесть $8.0^{I}0^{II}4^{III}$. изъ $17.1^{I}0^{II}9^{III}2^{IV}5^{V}6^{VI}$: то будетъ.

$$
\begin{array}{r}
17.1^{I}0^{II}9^{III}2^{IV}5^{V}6^{VI} \\
8.0^{I}0^{II}4^{III} \\
\hline
\end{array}
$$

разность $9.1^{I}0^{II}5^{III}2^{IV}5^{V}6^{VI} = 9.105256^{VI}$ (§. 320.).

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ I.

§. 328. Понеже десятичныя дроби даны быть могутъ не всѣ одинакаго знаменованія, то есть, инныя изъ нихъ большаго знаменованія, а другія меньшаго: то, для избѣжанія замѣшательства въ сложеніи, и особливо въ вычитаніи оныхъ, естьли какихъ знаковъ не доставать будетъ, можно оные дополнить нулями (§. 322. 318), такъ чтобъ всѣ состояли подъ одинакими знаками знаменованія, и потомъ дѣлать обыкновенное сложеніе, или вычитаніе (§. 327.).

Положимъ, что дано сложить тѣже дроби и

I II I II III IV V I

тѣжъ цѣлыя, на пр. 4852. 7 1; 4. 0 0 7 4 5; 2. 7; 0.

I II III IV

0 0 4 9: то будетъ чрезъ дополненіе нулей

I II III IV V

4852. 7 1 0 0 0

I II III IV V

4. 0 0 7 4 5

I II III IV V

2. 7 0 0 0 0

I II III IV V

0. 0 0 4 9 0

I II III IV V

таже сумма 4859. 4 2 2 3 5 = 4859. 42235 (§. 320.)

I II III

Положимъ, что дано вычесть 8. 0 0 4 изъ 17.

I II III IV V VI

1 0 9 2 5 6: то будетъ чрезъ дополненіе нулей

I II III IV V VI

17. 1 0 9 2 5 6

I II III IV V VI

8. 0 0 4 0 0 0

I II III IV V VI

таже разность 9. 1 0 5 2 5 6 = 9. 105256 (§. 320.).

I II III IV

Положимъ еще, что дано вычесть 3. 0 6 2 3

I II III

изъ 102. 0 5 8: то будетъ чрезъ дополненіе нулей

I II III IV

102. 0 5 8 0

I II III IV

3. 0 6 2 3

I II III IV

разность 9 8. 9 9 5 7 = 98. 9957 (§. 320.)

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 329. А чтобъ можно было сыскать сумму, или разность простыхъ дробей въ десятичныхъ: то надлежитъ сперьва привести ихъ въ десятичныя (§. 324.), и потомъ складывать, или вычитать одну изъ другой показаннымъ образомъ (§. 327. 328.).

Положимъ, что дано сложить въ десятичныхъ дробяхъ слѣдующія простыя дроби: $\frac{1}{2}\,\frac{3}{4}\,\frac{5}{8}$: то будетъ

$$\frac{1}{2} = 0.\overset{I}{5}$$
$$\frac{3}{4} = 0.\overset{I}{7}\overset{II}{5}$$
$$\frac{5}{8} = 0.\overset{I}{6}\overset{II}{2}\overset{III}{5}$$

сумма $1.\overset{I}{8}\overset{II}{7}\overset{III}{5} = 1.875^{III}$ (§. 327, 320.).

или

$$\frac{1}{2} = 0.\overset{I}{5}\overset{II}{0}\overset{III}{0}$$
$$\frac{3}{4} = 0.\overset{I}{7}\overset{II}{5}\overset{III}{0}$$
$$\frac{5}{8} = 0.\overset{I}{6}\overset{II}{2}\overset{III}{5}$$

сумма $1.\overset{I}{8}\overset{II}{7}\overset{III}{5}$ (§. 328.).

Положимъ, что дано вычесть $\frac{7}{8}$ изъ $2\frac{1}{2}$: то будетъ

$$2\frac{1}{2} = 2.\overset{I}{5}$$
$$\frac{7}{8} = 0.\overset{I}{8}\overset{II}{7}\overset{III}{5}$$

разность $1.\overset{I}{6}\overset{II}{2}\overset{III}{5} = 1.625^{III}$ (§. 327, 320.)

или

$$2\frac{1}{2} = 2.\overset{I}{5}\overset{II}{0}\overset{III}{0}$$
$$\frac{7}{8} = 0.\overset{I}{8}\overset{II}{7}\overset{III}{5}$$

разность $1.\overset{I}{6}\overset{II}{2}\overset{III}{5}$ (§. 328.).

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 330. Что касается до повѣрки сложенія и вычитанія десятичныхъ дробей: то оная дѣлается такимъ

кимъ же образомъ, какъ и простыхъ чиселъ (§. 54, 59.).

ЗАДАЧА LIV.

§. 331. *Умножить между собою десятичныя дроби.*

РѢШЕНІЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже одни только числители десятичныхъ дробей принимаются въ разсужденіе (§. 314.); того ради и умножаются оныя между собою такъ, какъ простыя числа (§. 65.); и понеже знаки, надписываемые надъ числителями десятичныхъ дробей, для означенія того, сколько нулей находится въ знаменателяхъ, ихъ нечто инное суть, какъ логариѳмы тѣхъ знаменателей (§. 314.): то въ найденномъ произведеніи, знакъ большаго знаменованія, будетъ сумма большихъ знаковъ множимаго числа и множителя (§. 228.), которая при томъ покажетъ и то, сколько нулей, съ лѣвой руки, должно будетъ придать къ произведенію (§. 322.), чтобъ оно точно состояло изъ столькихъ знаковъ, сколько большой знакъ, надписанной въ произведеніи, означаетъ. Что самое яснѣе можно видѣть изъ приложеннаго примѣра.

Положимъ, что дано умножить $\frac{42857}{100000}$ на $\frac{47}{10000}$, то есть, $\overset{V}{42857}$ на $\overset{IV}{0047}$ (§. 314 320, 322.): то

$$
\begin{array}{r}
\overset{V}{42857} \\
\underline{\overset{IV}{0047}} \\
299999 \\
\underline{171428} \\
\overset{VII}{2014279}
\end{array}
$$

ТакимЪ бы образомЪ 2014279^{VII} было произведенїе. Но понеже знакЪ большаго знаменованїя вЪ множимомЪ числѣ есть 5, а вЪ множителѣ 4: то сумма ихЪ 9 означаетЪ, что вЪ произведенїи знаку большаго знаменованїя должно быть IX, и слѣдовательно произведенїю надлежитЪ состоять изЪ девяти знаковЪ; но какЪ вышло только семь: то, прибавя кЪоному, сЪ лѣвой рукѝ, два нуля (§. 322), будетЪ точное произведенїе, состоящее изЪ девяти знаковЪ. На пр. 002014279^{IX}.

ПРИМѢЧАНІЕ I.

§. 332. Ежели при десятичныхЪ дробяхЪ, между собою умножаемыхЪ, будутЪ цѣлыя чѝсла: то и вЪ такомЪ случаѣ дѣлается умноженїе также, какЪ показано (§. 332.); то есть, всѣ знаки множимой дрòби со всѣми знаками цѣлыхЪ умножаются на всѣ знаки умножающей со всѣми знаками цѣлыхЪ (§. 65.), поколику цѣлыя чѝсла вЪ одномЪ порядкѣ сЪ десятичными дробьми изображены быть могутЪ (§. 321.); только то при томЪ примѣчать, что вЪ произшедшемЪ изЪ того произведенїи, для цѣлыхЪ чиселЪ отдѣляется точкою (§. 317.) столько знаковЪ, сЪ лѣвой рукѝ, сколько оныхЪ будетЪ излишнихЪ сверьхЪ знака большаго знаменованїя, надписаннаго вЪ произведенїи.

ПоложимЪ, что дано умножить 20.504^{III} на 4.23^{II}: то

$$
\begin{array}{r}
20.504^{\mathrm{III}} \\
\underline{4.23^{\mathrm{II}}} \\
61512 \\
41008 \\
\underline{82016} \\
86.73192^{\mathrm{V}}
\end{array}
$$

ТакимЪ

Такимъ бы образомъ было произведенїе $\overset{\text{VII}}{8673192}$. Но понеже въ произведенїи знаку большаго знаменованїя должно быть пять: то излишнїе два знака, къ лѣвой рукѣ, сверьхъ пяти, будутъ для цѣлыхъ, которые по тому и отдѣляются точкою, и будетъ

произведенїе $= 86.\overset{\text{V}}{73192}$.

ПРИМѢЧАНIЕ 2.

§. 333. Равнымъ образомъ и простыя дроби умножаются въ десятичныхъ, то есть, должно ихъ сперьва привести въ десятичныя (§. 324.), и потомъ одну на другую умножить, какъ показано (§. 331.).

Положимъ, что дано умножить $\frac{5}{8}$ на $\frac{3}{4}$: то будетъ

$$\frac{5}{8} = 0.\overset{\text{III}}{625}$$

$$\frac{3}{4} = 0.\overset{\text{II}}{75}$$

```
      3125
     4375
произведенїе 0. 46875   (V)
```

другимъ образомъ

(§. 232.) $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{32} = 0,\overset{\text{V}}{46875}$. то есть,

$\frac{15}{32}$] 150000 [$0.\overset{\text{V}}{46875}$ тоже произведенїе (§. 324.).

```
128
 220
 192
  280
  256
   240
   224
    160
    160
```

ЗАДАЧА LV

§. 334. Раздѣлить десятичныя дроби на другія десятичныя.

РѢШЕНІЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже одни только числители десятичныхъ дробей принимаются въ разсужденіе (§. 314. : то и дѣленіе оныхъ дѣлается, какъ простыхъ чиселъ (§. 80.): и понеже знаки, надписываемые надъ числителями ихъ, нечто иное суть, какъ логариѳмы (§. 314.): то въ найденномъ частномъ числѣ знакъ большаго знаменованія будетъ разность между большими знаками дѣлимаго числа и дѣлителя (§. 292.).

Положимъ, что дано раздѣлить $\overset{\text{vii}}{2014279}$ на $\overset{\text{ii}}{47}$: то будетъ

$$\overset{\text{ii}}{47}\,)\,2014279\,(\,\overset{\text{v}}{42857}$$

```
47)2014279(42857
   188
   ---
    134
     94
    ---
     402
     376
     ---
      267
      235
      ---
       329
       329
       ---
```

Частное число, котораго знакъ большаго знаменованія есть пять справедливо, поколику разность между двумя и семи, то есть, между большими знаками дѣлимаго числа и дѣлителя есть пять.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 335. Изъ чего видно, что, естьли знакъ большаго знаменованія въ дѣлителѣ будетъ равенъ знаку большаго жъ знаменованія въ дѣлимомъ числѣ, въ такомъ случаѣ частное число произойдетъ въ однихъ цѣлыхъ.

Положимъ, что дано раздѣлить $24.\overset{\text{ii}}{64}$ на $12.\overset{\text{ii}}{32}$: то будетъ

$$12.\overset{\text{ii}}{32}\,)\,24.\overset{\text{ii}}{64}\,(\,2$$ частное число.

```
12.32)24.64(2
      24.64
      -----
```

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 336. Ежели при десятичныхъ дробяхъ, изъ которыхъ одну на другую дѣлить должно, будутъ цѣлыя числа: то и въ такомъ случаѣ дѣленіе дѣлается также, какъ показано (§. 334.), поколику цѣлыя числа въ одномъ порядкѣ съ десятичными дробьми изображены быть могутъ (§. 321.); только что при томъ примѣчать, что въ найденномъ частномъ числѣ для цѣлыхъ отдѣляется точкою, съ лѣвой руки, столько знаковъ (§. 317.), сколько оныхъ будетъ излишнихъ сверьхъ знака большаго знаменованія, надписаннаго въ частномъ числѣ.

Положимъ, что дано раздѣлить $8.44\overset{III}{5}$ на $3.2\overset{II}{2}$: то

$3.2\overset{II}{2}$ | $8.44\overset{III}{5}$ | $2.\overset{I}{6}$

Такимъ бы образомъ было частное число $2\overset{II}{6}$. Но понеже въ частномъ числѣ знаку большаго знаменованія должно быть единицѣ, поколику разность между двумя и тремя, то есть, между большими знаками дѣлителя и дѣлимаго числа, есть единица; того ради излишней знакъ сверьхъ единицы, къ лѣвой рукѣ, то есть 2, будетъ для цѣлыхъ, которой потому и отдѣляется точкою, и будетъ частное число $2.\overset{I}{6}$.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 337. Ежели въ дѣлителѣ знакъ большаго знаменованія будетъ больше, нежели какой есть въ дѣлимомъ числѣ: то въ такомъ случаѣ дѣлимое число дополняется нулями (§. 328.), а чтобъ частное число произошло точнѣйшее, то дополняется большимъ числомъ нулей (§. 323.), и потомъ дѣлается обыкновенное дѣленіе (§. 334, 336.). Тоже должно наблюдать когда дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ ни разу не содержится, то есть, когда дѣлитель будетъ больше дѣлимаго числа.

Поло-

Положимъ, что дано раздѣлить 37.52^{II} на 6.2056^{IV}, то есть

6.2056^{IV}] 37.52^{II} [

И понеже видно, что въ дѣлителѣ знакъ большаго знаменованія есть четыре больше, нежели знакъ два въ дѣлимомъ числѣ; того ради къ дѣлимому числу прибавя, на пр. три нуля, будетъ

6.2056^{IV}] 37.52000^{V} [6.0^{I} частное число.

Положимъ еще, что дано раздѣлить 2.4^{I} на 5028.05^{II}. Понеже видно, что дѣлитель есть больше дѣлимаго числа; того ради и въ такомъ случаѣ къ дѣлимому числу прибавя, на пр. пять нулей, будетъ

5028.05^{II}] 2.400000^{VI} [0.0004^{IV} частное число. А что для цѣлыхъ чиселъ произошелъ 0, то потому, что цѣлыя 5028 въ 2 ни разу содержаться не могутъ, почему въ частномъ числѣ для цѣлыхъ и написанъ нуль (§. 324.). Изъ чего видно также и то, что, ежели дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ для десятыхъ, сотыхъ, тысячныхъ и проч. частей содержаться не будетъ: то мѣста оныхъ въ частномъ числѣ дополняются нулями (§. 322, 325.), какъ и въ данномъ примѣрѣ.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 338. Равнымъ образомъ и простыхъ дробей далается дѣленіе въ десятичныхъ дробяхъ, то есть, должно сперьва привести ихъ въ десятичныя (§. 324.) и потомъ дѣлить одну на другую, какъ показано (§. 334, 337.).

Положимъ, что дано раздѣлить $3\frac{2}{5}$ на $\frac{1}{4}$: то будетъ

$3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$ (§. 211.) $= 0.34$ (§. 324.)

$\frac{1}{4} = 0.25$ (§. 324.)

то есть 0. 25^{II}] 0. 3400^{IV} [1. 36^{II} (§. 336.) частное число.

```
 25
 ---
  90
  75
 ---
  150
  150
 ---
```

другимъ образомъ

$3\frac{2}{5} : \frac{1}{4} = \frac{17}{5} : \frac{4}{1}$ (§. 240.) $= \frac{68}{5}$

```
5 ] 680 [ 1. 36  то же част. число.
    5
   ---
    18
    15
   ---
     30
     30
    ---
```

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§ 339. Впрочемъ что касается до употребленія десятичныхъ дробей: то оно особливо дѣлаетъ великую способность въ Геометрическихъ исчисленіяхъ. По чему Математики, чтобъ способнѣе дѣлать исчисленіе, и избѣжать дробей, случающихся въ исчисленія, мѣру по изволенію взятую, для измѣренія линѣй, поверьхностей и Геометрическихъ тѣлъ, обыкновенно раздѣляютъ слѣдующимъ образомъ: сажень раздѣляютъ на 10 футовъ, футъ на 10 дюймовъ, дюймъ на 10 линѣй и проч. хотя и не вездѣ одинакое раздѣленіе имѣетъ упомянутая мѣра. Такимъ образомъ линѣи будутъ тысячныя части, дюймы сотыя части, а футы десятыя части, въ разсужденіи того жъ одного цѣлаго, то есть, сажени; о чемъ пространнѣе упомянуто будетъ въ Геометріи.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ.

О
ПРАКТИЧЕСКОЙ АРИѲМЕТИКѢ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLII.

§. 340.

Е *Практическія правила* Ариѳметики суть тѣ, чрезъ которыя, принявъ въ помощь науку о пропорціяхъ, можно рѣшить разные вопросы или задачи, случающіяся при сравненіи одной вещи съ другою, на пр. въ куплѣ, продажѣ, и проч.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 341. Практическихъ правилъ вообще считается четыре, изъ которыхъ первое есть *Правило пропорцій* (Regula proportionum), оно же называется и *Правиломъ тройнымъ* (Regula trium, ſive detri). Второе правило есть *складное*, или *товарищества* (Regula ſocietatis, ſive conſortii). Третіе правило есть *Смѣшенія* (Regula alligationis). Четвертое правило *Фальшивое* (Regula falſi), оно же называется и правиломъ *положенія* (Regula poſitionis).

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§ 342. Послѣднія три правила, то есть, правило товарищества, смѣшенія и фальшивое единственно зависятъ отъ тройнаго правила, и слѣдовательно оно есть весьма нужное и полезное, и, для великаго своего въ общемъ житіи употребленія, по справедливости называется *Правиломъ золотымъ* (Regula aurea).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 343. Тройное правило, поколику весьма употребительно, раздѣляется на *тройное правило прямое*, и на *тройное правило возвратительное*, на *тройное правило сложное прямое*, и на *тройное правило сложное возвратительное*.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIII.

§. 344. *Тройное правило прямое* (Regula trium directa) есть способъ къ даннымъ тремъ первымъ числамъ находить четвертое пропорціональное число. На противъ того *тройное правило возвратительное* (Regula trium inversa), есть способъ къ даннымъ тремъ послѣднимъ числамъ находить первое пропорціональное число.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

§. 345. *Тройное правило сложное прямое* (Regula trium composita directa) есть способъ къ даннымъ тремъ первымъ числамъ, съ приложенными при нихъ обстоятельствами, находить четвертое пропорціональное число. Напротивъ того *Тройное правило сложное возвратительное* (Regula trium composita inversa) есть способъ къ даннымъ тремъ послѣднимъ числамъ, съ приложенными при нихъ обстоятельствами, находить первое пропорціональное число.

ПРИ-

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 346. Тройное правило сложное вообще раздѣляется на правило *пятерное*, то есть, когда къ даннымъ пяти числамъ сыскивается шестое пропорціональное число; *семерное*, то есть, когда къ даннымъ семи числамъ сыскивается восьмое пропорціональное число; *девятерное*, то есть, когда къ даннымъ девяти числамъ сыскивается десятое пропорціональное число, и проч.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§ 347. Тройное правило прямое употребляется при сравненіи такихъ количествъ, которыя состоятъ въ прогресеіи Геометрической (§. 119.), то есть, естьли количества будутъ имѣть между собою такое содержаніе: во сколько разъ болѣе, или менѣе первой членъ втораго, во столько разъ болѣе, или менѣе третій искомаго четвертаго. Напротивъ того тройное правило возвратительное тогда употребляется, когда сравнимыя между собою количества будутъ имѣть содержаніе обращенное (§. 138.), то есть, во сколько разъ второй членъ больше перваго, во столько разъ четвертой меньше третьяго; или, во сколько разъ второй членъ меньше перваго, во столько разъ четвертой членъ больше третьяго. Короче сказать: во всѣхъ такихъ задачахъ должно употреблять тройное правило прямое, въ которыхъ будетъ такой вопросъ: *чѣмъ больше, тѣмъ больше*, или, *чѣмъ меньше, тѣмъ меньше*. Напротивъ того въ тѣхъ задачахъ, въ которыхъ можетъ служить сей вопросъ: *чѣмъ больше, тѣмъ меньше*, или, *чѣмъ меньше, тѣмъ больше*, тройное возвратительное правило употребляется.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 348. *Для* удобнѣйшаго рѣшенія Ариѳметическихъ къ практикѣ принадлежащихъ задачъ, не безполезно знать вообще слѣдующее:

1. ВЪ данной задачѣ должно разобрать все то, что дается, и что сыскать требуется, и чрезЪ то извѣстно будетЪ.
2. Сколько данныхЪ количествЪ, и сколько искомыхЪ.
3. ПотомЪ надлежитЪ разсмотрѣть, которыя данныя количества кЪ которымЪ искомымЪ относятся, и какимЪ образомЪ.
4. И такЪ не трудно будетЪ узнать, что данныя количества при такихЪ обстоятельствахЪ возможны.
5. Естьли возможны: то смотрѣть, довольно ли ихЪ для сысканія желаемыхЪ количествЪ.
6. Ежели довольно: то тѣже обстоятельства, и ихЪ взаимное сношеніе сЪ искомыми, тотчасЪ покажутЪ, по какимЪ перемѣнамЪ изЪ оныхЪ данныхЪ могутЪ произойти искомыя количества, то есть, само уже чрезЪ себя извѣстно будетЪ правило, по которому данную задачу должно рѣшить.
7. Естьли жЪ не довольно: то смотрѣть, не можно ли какими отЪ себя принятыми обстоятельствами дополнить, безЪ перемѣны содержанія количествЪ вЪ данной задачѣ.
8. Ежели случится, что данныя вЪ задачѣ обстоятельства перемѣнить надобно, а на ихЪ мѣста принявЪ новыя, сыскать желаемое количество: то должно смотрѣть, какія бы обстоятельства подобнымЪ же образомЪ относились кЪ искомому количеству; а сіе сыскавЪ, можно будетЪ видѣть и то, чрезЪ какія перемѣны принятыхЪ обстоятельствЪ произойти можетЪ искомое количество.
9. А когда отдѣлены будутЪ извѣстныя количества отЪ искомыхЪ: то можно видѣть, что одни данныя количества кЪ своему искомому подЪ особливыми обстоятельствами относятся, нежели другія данныя, а искомыя подобны между собою, вЪ разсужденіи содержанія: то вЪ такомЪ случаѣ должно произвесть такую перемѣну вЪ обстоя-

обстоятельствахъ данныхъ количествъ, чтобъ оныя также были подобны между собою; а сїе здѣлать не трудно, когда вся задача подробно разсмотрена будетъ.

10. Естьлижъ или данныя количества подъ такими обстоятельствами невозможны, или не довольно оныхъ для сысканїя неизвѣстнаго количества, а дополнить безъ перемѣны содержанїя данныхъ въ задачѣ количествъ не возможно: то въ такомъ случаѣ разумѣть должно, что данная задача рѣшена быть не можетъ.

11. Впрочемъ, для удобнѣйшаго рѣшенїя задачъ, иногда можно принимать въ разсужденїе одни только числа безъ вещей ихъ и наименованїй, наблюдая токмо данныя обстоятельства и перемѣны, по какимъ одно число изъ другова произойти можетъ.

ЗАДАЧА LVI.

§. 349. *Здѣлать тройное правило прямое.*

РѢШЕНIЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ тройномъ прямомъ правилѣ, къ даннымъ тремъ первымъ числамъ сыскивается четвертое пропорцїональное (§. 344.); того ради изъ данныхъ трехъ послѣднїя два должно умножить между собою, и произведенїе ихъ раздѣлить на первое, частное число будетъ четвертное пропорцїональное (§. 173.) Ч. и. д.

ПРИМѢЧАНЕ.

§. 350. Трудность сего правила въ томъ только состоитъ, чтобъ знать расположенїе членовъ, то есть, которое изъ данныхъ въ задачѣ чиселъ будетъ первымъ членомъ, которое вторымъ, и которое третьимъ: но естьли съ разсужденїемъ будетъ разсмотрена задача: то нималой погрѣшности, въ разсужденїи расположенїя чиселъ, учинено не будетъ.

детъ. Ибо то число, о которомъ что спрашивается, занимаетъ *второе мѣсто* въ пропорцїи; одинакаго съ нимъ роду, или, подобное ему, *первое*; а оставшееся изъ данныхъ чиселъ будетъ *третьимъ* членомъ; что болѣе всего спознать можно изъ рѣшенїя множайшихъ задачъ, и частаго упражненїя въ практикѣ,

На пр. одинъ человѣкъ купилъ сукна 5 аршинъ, за которое заплатилъ 7 руб. Спр. сколько онъ долженъ заплатить за 15 арш. тогоже сукна?

Здѣсь видно, что то число, о которомъ что спрашивается, есть 15 арш. Почему оно будетъ занимать второе мѣсто въ пропорцїи, а 5 арш. поколику одного роду съ 15 арш. будетъ на первомъ мѣстѣ, оставшееся же число 7 руб. будетъ на третьемъ мѣстѣ.

То есть, 5 арш: 15 арш. = 7 руб. 21 руб. столько рублей заплатитъ за показанное число аршинъ.

ПРИМѢЧАНИЕ I.

§ 351. Хотя въ тройномъ правилѣ обыкновенно располагаются члены въ такомъ между собою отношенїи: какъ первой ко второму, такъ третей къ искомому четвертому (§. 350.); однако, безъ всякой перемѣны содержанїя данныхъ въ задачѣ количествъ, члены могутъ быть расположены и въ такомъ между собою отношенїи: какъ первой къ третьему, такъ второй къ искомому четвертому (§. 139.), и такое расположенїе членовъ по большей части въ употребленїи. Такимъ образомъ, въ разсужденїи сего двоякаго расположенїя членовъ, тройное правило иногда рѣшить можно съ нѣкоторымъ сокращенїемъ, то есть, естьли первой членъ и второй, или первой и третей, на принятое позволенїю число, раздѣлены будутъ безъ остатка (§. 146.): то уже, въ разсужденїи частныхъ ихъ чиселъ, гораздо способнѣе можно будетъ дѣлать обыкновенное рѣшенїе тройнаго правила. И такое

сокра-

сокращенïе чиселЪ вообще называется *практикою Италïанскою* (Praxis Italica).

На пр. за 3 пуда мѣди дано 7 руб. что должно дать за 6 пудЪ?

То по двоякому расположенïю членовЪ будетЪ двѣ слѣдующïя пропорцïи:

пуд. пуд. руб.
3: 6 = 7
пуд. руб. пуд.
3: 7 = 6

Но понеже вЪ первой пропорцïи первой членЪ и второй, а вЪ другой пропорцïи, первой членЪ и третей, на принятое по изволенïю число, на пр. 3, раздѣлены быть могутЪ безЪ остатка: то уже вЪ сокращенныхЪ числахЪ будетЪ состоять слѣдующая пропорцïя:

пуд. руб. пуд.
1: 7 = 2
2
14 руб. столько должно дать за 6. пудЪ мѣди. Ибо, и безЪ сокращенïя надлежащихЪ членовЪ вЪ пропорцïи, тоже самой четвертой пропорцïональной членЪ 14. руб. будетЪ. На пр.

пуд. руб. пуд.
3: 7 = 6
6
3 | 42 | 14 руб.
3
12
12

ПРИМѢЧАНIЕ 2.

§. 352. Ежели вЪ тройномЪ правилѣ члены между собою сходные, то есть, первой и второй, или первой и третей, будутЪ оба вЪ разныхЪ родахЪ: то вЪ такомЪ случаѣ тотЪ членЪ, которой будетЪ состоять вЪ большемЪ сортѣ, нежели другой

гой съ нимъ сходной, должно на передъ привести чрезъ раздробленіе въ соотвѣтствующей другому (§. 89.), и потомъ дѣлать обыкновенное тройнаго правила рѣшеніе (§. 349.).

На пр. за 6 пудъ мѣди дано 48 руб. что должно дать за 16 фун?

Понеже по расположенію первой членъ 6 будетъ означать пуды, а третей сходствующей съ первымъ, фунты; того ради, чтобъ было взаимное отношеніе между членами, вмѣсто 6 пудъ, можно принять 240 фунтовъ, въ силу раздробленія. И такъ будетъ

фун. руб. фун.
240 : 48 = 16
16
288
48 руб. руб. коп.
$240 \rfloor 768 \lfloor 3\frac{1}{5} = 3 + 20$ (§. 248.) столько должно заплатить за 16 фунтовъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 353. Когда въ тройномъ правилѣ, первой и второй, или, первой и третей члены будутъ ломаныя числа, подъ одинакимъ знаменателемъ состоящія: то въ такомъ случаѣ, для краткости, оставляются оныхъ знаменатели, а умножаются и дѣлятся одни только ихъ числители (§. 240, 68.).

На пр. за $\frac{3}{4}$ арш. сукна дано 2 руб. 16 коп; что должно дать за $\frac{1}{4}$ арш. тогожъ сукна?

То будетъ арш. коп. арш,
3 : 216 = 1
1
$3 \rfloor 216 \lfloor 72$ коп. цѣна $\frac{1}{4}$ арш.

Тоже самое четвертое пропорціональное число 72 коп. получить можно, и не откидывая данныхъ знаменателей. На пр.

арш.

арш. коп. арш.

$\frac{3}{4} : 216 = \frac{1}{2}$

то есть $\frac{4}{3} : \frac{[illegible]}{1} = [illegible] = \frac{864}{1}$ |864|72 коп (§ 234, 240.).

ЗАДАЧА LVII.

§. 354. Здѣлать тройное правило возвратительное.

РѢШЕНІЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ тройномъ возвратительномъ правилѣ, къ даннымъ тремъ послѣднимъ числамъ сыскивается первое пропорціональное число (§. 344.); того ради изъ данныхъ трехъ первыя два числа должно умножить между собою, и произведеніе ихъ раздѣлить на третіе, частное число будетъ первое пропорціональное (§. 174.).

На пр. Когда четверикъ муки продавался по 16 коп. тогда копѣешные хлѣбы вѣсомъ были въ 3 фунта; а когда тотъже четверикъ муки будетъ продаваться по 12 коп. то спр. какого вѣсу въ тѣ поры будутъ помянутые копѣешные хлѣбы?

Понеже въ тройномъ возвратительномъ правилѣ расположенію членовъ надлежитъ быть такомужъ, какъ и въ тройномъ прямомъ правилѣ (§. 350.); того ради въ пропорціи первымъ членомъ будутъ 16 коп. вторымъ 3 фун. а третьимъ 12 коп. и такимъ бы образомъ расположивъ члены, должно было второй и третей членъ между собою умножить, и произведеніе ихъ раздѣлить на первой. Но понеже, по содержанію находящихся въ данной задачѣ чиселъ, искомому члену надлежитъ быть больше втораго, поколику служитъ здѣсь сей во-

просъ: чѣмъ меньше, тѣмъ больше; того ради два первые члена должно умножить между собою, и произведенiе ихъ раздѣлить на третей, частное число будетъ желаемой первой пропорцiональной членъ. На пр.

коп. фун. коп.
16 : 3 = 12

$12 \rfloor 48 \lfloor 4$ (3) фун. столькихъ фунтовъ будутъ копѣешные хлѣбы.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 355. Что сказано въ примѣчанiяхъ (§. 331, 352, 353.) о тройномъ правилѣ прямомъ, тоже самое должно разумѣть о тройномъ правилѣ возвратительномъ, и о прочихъ задачахъ, которыя будутъ рѣшиться чрезъ тройное правило.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 356. Тройное возвратительное правило можетъ перемѣнено быть въ тройное правило прямое, естьли только прежнее расположенiе членовъ (§. 354.) перемѣнится, то есть, ежели на мѣстѣ перваго члена третей, а на мѣстѣ его первой членъ поставленъ будетъ, и потомъ здѣлается обыкновенное рѣшенiе тройнаго правила прямаго (§. 349.); ибо и по такой перемѣнѣ произойдетъ тоже самое желаемое число (§. 117, 31.). На пр.

прежнее расположенiе коп. фун. коп. фун.
членовъ было = 16 : 3 = 12 : 4
а по сему будетъ = 12 : 3 = 16

$12 \rfloor 48 \lfloor 4$ (3) фун. тоже самое число.

ЗАДАЧА XXV.

§. 357. *Повѣрить тройное прямое правило*

РѢШЕНІЕ.

Первой членъ на найденной четвертой, а второй на третей членъ умноживъ, смотрѣть должно, естьли произведеніе изъ перваго члена на четвертой будетъ равно произведенію изъ втораго на третей: то почитать, что задача вѣрно рѣшена (§. 135.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 358. Равнымъ образомъ повѣряется и тройное возвратительное правило.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 359. Что принадлежитъ до тройнаго сложнаго правила, о которомъ выше сего упомянуто было (345, 346.), въономъ изъ всѣхъ данныхъ членовъ три обыкновенно почитаются главнѣйшими, изъ которыхъ два должны быть одного роду, и не что иное суть, какъ члены значащіе вещь, а третей также одного роду съ искомымъ; прочіе же члены, сколько ихъ ни будетъ сверьхъ трехъ, какъ обстоятельства одного также между собою роду, къ тѣмъ главнѣйшимъ относятся.

ЗАДАЧА LIX.

§. 360. *Здѣлать задачу тройнаго правила сложнаго.*

РѢШЕНІЕ.

Первой случай. Ежели задача будетъ состоять изъ пяти членовъ: то

1. Отдѣля члены значащіе вещь, и членъ одинакаго знаменованія съ искомымъ отъ обстоятельствъ, расположи оные надлежащимъ образомъ (§. 50, 351.), и поступай съ ними далѣе такъ, какъ показано въ рѣшеніи тройнаго прямаго правила (§. 349.).

2. ПотомЪ здѣлай другое расположенïе членовЪ такимЪ образомЪ, чтобЪ на третьемЪ мѣстѣ было то обстоятельство, о которомЪ спрашивается, на первомЪ бы мѣстѣ былЪ членЪ одинакаго знаменованïя сЪ третьимЪ, то есть, также бы обстоятельство, а на второмЪ бы мѣстѣ былЪ найденной по первому расположенïю четвертой пропорцïональной членЪ, и

3. ЗдѣлавЪ такое расположенïе членовЪ, поступай сЪ оными далѣе такЪ, какЪ показано вЪ первомЪ пунктѣ. ТакимЪ образомЪ желаемое число, при двухЪ извѣстныхЪ обстоятельствахЪ кЪ данному относящееся, извѣстно будетЪ. На пр.

Сколько денегЪ надлежитЪ заплатить за провозЪ 19 пудЪ желѣза чрезЪ 36 верстЪ, естьли за провозЪ 12 пудЪ чрезЪ 20 верстЪ заплачено 8 рублей?

ВЪ сей данной задачѣ главнѣйшïе члены будутЪ 19 пудЪ, 12 пудЪ и 8 руб., изЪ которыхЪ два первые не что иное суть, какЪ члены значащïе вещь, а 8 руб. членЪ одинакаго знаменованïя сЪ искомымЪ, 36 же и 20 верстЪ, какЪ обстоятельства. Но какЪ спрашивается здѣсь о 19 пудахЪ, которые по тому вЪ первомЪ расположенïи должны занимать третье мѣсто, а 12 пудЪ, поколику сЪ 19 пудами одного роду, будутЪ на первомЪ мѣстѣ, оставшейся же членЪ 8 руб. сЪ искомымЪ одинакаго знаменованïя, будетЪ занимать вто-

рое мѣсто (§. 350, 351.). Такимъ образомъ будетъ

пуд. руб пуд. руб.

12 : 8 = 19 : $12\frac{2}{3}$ столько бы должно было заплатить за провозъ 18 пудъ чрезъ 20 верстъ Но понеже показанные 19 пудъ надлежитъ везти чрезъ 36 верстъ; того ради будетъ слѣдующее вторичное расположенiе членовъ:

верст. руб. верст. руб.

20 : $12\frac{2}{3}$ = 36 : $22\frac{4}{5}$ столько руб. должно заплатить за провозъ 19 пудъ желѣза чрезъ 36 верстъ.

Второй случай. Ежели задача будетъ состоять изъ семи членовъ: то

1. Отдѣля члены значащiе вещь, и членъ одинакаго знаменованiя съ искомымъ отъ обстоятельствъ, расположи оные надлежащимъ образомъ (§. 350, 351.), и поступай съ ними далѣе такъ, какъ въ рѣшенiи тройнаго правила показано (§. 349.).
2. Потомъ здѣлай другое расположенiе членовъ изъ найденнаго по первому расположенiю четвертаго пропорцiональнаго члена, и изъ ближайше относящихся обстоятельствъ такимъ образомъ, чтобъ на третьемъ мѣстѣ было то обстоятельство, о которомъ спрашивается, на первомъ бы мѣстѣ былъ членъ подобнаго жъ знаменованiя съ третьимъ, то есть, также бы обстоятельство, а на второмъ бы мѣстѣ былъ найденной членъ по первому расположенiю, и поступай

съ

съ ними далѣе такъ, какъ въ первомъ пунктѣ показано.

3. На конецъ здѣлай третіе расположеніе членовъ изъ найденнаго по второму расположенію четвертаго пропорціональнаго члена, и изъ оставшихся послѣднихъ обстоятельствъ, и поступай съ ними далѣе также, какъ въ первомъ и второмъ пунктѣ показано. Такимъ образомъ желаемое число, при четырехъ извѣстныхъ обстоятельствахъ къ данному относящееся, извѣстно будетъ. На пр.

Когда 3 человѣка въ 2 мѣсяца на 100 руб. получили барыша 40 руб. то 5 человѣкъ въ 5 мѣсяцовъ на 500 руб. сколько барыша получатъ?

Въ сей данной задачѣ будутъ главныя члены 3 человѣка, 5 человѣкъ и 40 руб, изъ которыхъ два первые суть члены значащіе вещь, а 40 руб. будетъ членъ одинакаго знаменованія съ искомымъ; прочіе же оставшіеся въ задачѣ члены, то есть, 2 и 5 мѣсяцовъ, 100 и 500 руб. будутъ обстоятельства. И такъ будетъ.

чел. руб. чел. руб.

3 : 40 = 5 : 66 $\frac{2}{3}$ столько бы барыша 5 человѣкъ въ 2 мѣсяца на 100 руб. получили.

мѣс. руб. мѣс. руб.

2 : 66 $\frac{2}{3}$ = 5 : 166 $\frac{2}{3}$ столько бы барыша 5 человѣкъ въ 5 мѣсяцовъ на 100 руб. получили.

руб. руб. руб. руб.

$100 : 166\frac{2}{3} = 500 : 833\frac{1}{3}$ столько барыша 5 человѣкъ въ 5 мѣсяцовъ на 500 руб. получатъ.

Третей случай. Естьли задача будетъ состоять изъ девяти членовъ: то.

1. Отдѣля также члены значащіе вещь, и членъ одинакаго знаменованія съ искомымъ отъ обстоятельствъ, и расположивъ оные, поступай съ ними далѣе такъ, какъ въ первомъ пунктѣ перваго и втораго случая показано.

2. Здѣлай другое расположеніе изъ найденнаго по первому расположенію четвертаго пропорціональнаго члена, и изъ ближайше относящихся обстоятельствъ, и поступай съ ними далѣе въ силу втораго пункта тѣхъ же случаевъ.

3. Потомъ здѣлай третіе расположеніе изъ найденнаго по второму расположенію четвертаго пропорціональнаго члена, и изъ двухъ тѣхъ обстоятельствъ, которыя послѣ первыхъ взятыхъ ближайше относятся, и поступай съ ними далѣе въ силу того жъ пункта тѣхъ же случаевъ.

4. Наконецъ здѣлай четвертое расположеніе изъ найденнаго по третьему расположенію четвертаго пропорціональнаго члена, и изъ оставшихся послѣднихъ обстоятельствъ, и поступай съ ними далѣе по второму жъ пункту двухъ первыхъ случаевъ. Такимъ образомъ наконецъ желаемое число, при извѣстныхъ шести

обсто-

обстоятельствахъ къ данному относящееся, извѣстно будетъ. На пр.

Естьли 50 человѣкъ въ 16 дней, работая въ каждой день по 6 часовъ, когда день былъ 7 часовъ, выняли землй 120 кубическихъ саженъ: то 100 человѣкъ, работая въ день по 12 часовъ, когда день будетъ 14 часовъ, во сколько времени вынутъ 240 кубическихъ саженъ?

Въ сей данной задачѣ будутъ главные члены 50 человѣкъ, 100 человѣкъ и 16 дней, изъ которыхъ два первые суть члены значащїе вещь, а 16 дней членъ одинакаго знаменованїя съ искомымъ; прочїе же члены, то есть, 6 и 12 часовъ, 7 и 14 часовъ, 120 и 240 саженъ будутъ обстоятельства. И такъ будетъ.

чел. дн. чел. дн.

50 : 16 = 100 : 8 во столько дней 100. человѣкъ вынутъ 120 кубическихъ саженъ.

час. дн. час. дн.

6 : 8 = 12 : 4 во столько дней 100 человѣкъ вынутъ 120 куб. саж.; естьли они будутъ работать въ день по 12 часовъ.

час. дн. час. дн.

7 : 4 = 14 : 2 во столько дней 100 человѣкъ вынутъ 120 куб. саж. естьли они въ день, которой состоитъ изъ 14 часовъ, будутъ работать по 12 часовъ.

саж. дн. саж дн.

120 : 2 = 140 : 4 во столько дней 100 человѣкъ вынутъ 240 саженъ, естьли

ли они въ день, которой состоитъ изъ 14 часовъ, будутъ работать по 12 часовъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 361. Изъ показанныхъ трехъ случаевъ видно, что пятерное правило чрезъ два, семерное чрезъ три, а девятерное чрезъ четыре расположенія рѣшается, то есть, въ пятерномъ правилѣ дважды, въ семерномъ трижды, а въ девятерномъ четыре раза тройное прямое правило повторяется, и что прочія задачи, которыя будутъ состоять изъ больше, нежели девяти членовъ, подобнымъ же образомъ рѣшены быть могутъ, наблюдая токмо при томъ то, чтобъ расположенія членовъ надлежащія и порядочныя были, и тройное прямое правило повторялось столько разъ, сколько потребно будетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 362. Изъ послѣдняго жъ третьяго случая явствуетъ особливо то, что и тройное сложное возвратительное правило подобнымъ же образомъ располагается, и въономъ тройное возвратительное простое правило повторяется столько разъ, сколько потребно, поколику не во всякомъ сложномъ возвратительномъ правилѣ каждое расположеніе членовъ чрезъ одно токмо тройное возвратительное правило рѣшится, но въ иномъ одно расположеніе чрезъ возвратительное, а другое чрезъ прямое, въ иномъ два расположенія чрезъ возвратительное, а третье чрезъ прямое, или два чрезъ прямое, а третье чрезъ возвратительное, и наконецъ въ иномъ три расположенія чрезъ возвратительное, а четвертое чрезъ прямое, и на оборотъ одно чрезъ возвратительное, а три чрезъ прямое, и проч. что самое болѣе всего, смотря на содержаніе данныхъ въ задачѣ количествъ, видѣть, и изъ частаго упражненія примѣтить можно.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 363. Хотя и справедливо то, что сказано было во второмъ пунктѣ перваго случая, въ разсужденіи рѣшенія тройнаго правила сложнаго, о четвертомъ членѣ, найденномъ по первому расположенію, чтобъ оной въ другомъ расположеніи занималъ второе мѣсто (§. 360.); однако сіе бываетъ отмѣннымъ образомъ, то есть, найденной по первому расположенію четвертой пропорціональной членъ

можетъ

можетъ иногда занимать и первое мѣсто въ другомъ расположенїи, смотря по произвольному расположенїю членовъ съ тѣмъ только, чтобъ по расположенїи оныхъ взаимное между ими отношенїе было, какъ то изъ приложеннаго при семъ примѣра яснѣе видѣть можно. На пр. Естьли 5 человѣкъ въ 2 дни нажать могутъ 1500 сноповъ ржи: то 30 человѣкъ 27000 сноповъ во сколько времени нажнутъ?

Первое расположенїе членовъ можетъ быть слѣдующее:

чле. сноп. чел. сноп.

5 : 1500 = 30 : 9000 столько сноповъ 30 человѣкъ могутъ нажать въ 2 дни. И сей бы найденной по первому расположенїю четвертой пропорцїональной членъ долженъ былъ занимать въ другомъ расположенїи, которое слѣдуетъ, второе мѣсто (§. 360.); но понеже по вопросу слѣдуетъ, чтобъ искомой четвертой пропорцїональной членъ означалъ дни, и второй членъ, въ разсужденїи знаменованїя, сходствуетъ съ четвертымъ (§. 3?2.); того ради второе мѣсто будутъ занимать дни, а не число сноповъ. Такимъ образомъ другое расположенїе членовъ будетъ слѣдующее:

сноп. дни сноп. дни

9000 : 2 = 27000 : 6 во столько дней 30 человѣкъ нажнутъ 27000 сноповъ.

ПРИМѢЧАНЇЕ 2.

§. 364. Естьли въ сложномъ тройномъ правилѣ, члены значащїе вещь на принадлежащїя къ нимъ обстоятельства умножены, и потомъ произведенїя ихъ съ оставшимся членомъ, которой есть одинакаго знаменованїя съ искомымъ, расположены будутъ надлежащимъ образомъ (§. 351.): то въ такомъ случаѣ сложное тройное правило рѣшено быть можетъ чрезъ одно расположенїе членовъ.

Положимъ и здѣсь тотъ же примѣръ, которой въ первомъ случаѣ сложнаго тройнаго правила былъ

положенъ (§. 360.), то есть, сколько денегъ надлежитъ заплатить за провозъ 19 пудъ желѣза чрезъ 36 верстъ, естьли за провозъ 12 пудъ чрезъ 20 верстъ заплачено 8 рублевъ? То, въ силу сего примѣчанія, члены значащіе вещь, какіе суть въ сей задачѣ 12 и 19 пудъ, умноживъ на принадлежащія къ нимъ обстоятельства 20 и 36 верстъ, изъ происшедшихъ изъ того произведеній и изъ оставшагося сходнаго члена, въ разсужденіи знаменованія, съ искомымъ, то есть, 8 руб. будетъ слѣдующее расположеніе членовъ:

пуд. верс.
12 × 20 = 240
пуд. верс.
19 × 36 = 684

верст. руб. верст. руб.
240 : 8 = 684 : $22\frac{4}{5}$ столько должно заплатить за провозъ 19 пудъ желѣза чрезъ 36 верстъ (§. 360.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 365. Справедливость показаннаго рѣшенія сложнаго тройнаго правила однимъ разомъ видна изъ того, ибо хотя такъ скажешь: за провозъ 12 пудъ желѣза чрезъ 20 верстъ заплачено 8 рублей, сколько должно заплатить за провозъ 19 пудъ чрезъ 36 верстъ, или такимъ образомъ: за провозъ одного пуда желѣза чрезъ 240 верстъ заплачено 8 рублей, сколько должно заплатить за провозъ того жъ одного пуда чрезъ 684 версты; однако вопросъ задачи не перемѣняется.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 366. Равнымъ образомъ и тройное сложное возвратительное правило рѣшено быть можетъ (§. 364.), только при томъ примѣчать то, чтобъ члены значащіе вещь обратнымъ образомъ были умножены на принадлежащія къ нимъ обстоятельства, то есть, первой членъ значащей вещь долженъ умноженъ быть на обстоятельства принадлежащія къ второму, а второй членъ также значащей вещь на обстоятельства принадлежащія къ первому, и потомъ произведенія ихъ съ оставшимся членомъ, которой есть одинакаго знаменованія съ искомымъ, должны расположены быть надлежащимъ обра-

зомъ

зомъ (§. 351.). На пр. когда 46 работниковъ выкопали ровъ глубиною 14 аршинъ въ 12 дней: то ровъ глубиною 168 аршинъ въ 16 дней сколько работниковъ выкопать могутъ?

Понеже данная задача состоитъ изъ 5 членовъ: то, въ силу предъидущихъ (§. 362, 361, 360.), по двумъ расположенїямъ требуемое число найдется слѣдующимъ образомъ:

арш. раб. арш. раб.
24 : 48 = 168 : 336 столько работниковъ выкопаютъ 168 арш. въ 12 дней.
дни раб. дни раб.
22 : 333 = 16 : 252 столько работниковъ выкопаютъ 168 арш. въ 16 дней.

Тоже самое требуемое число 252 работника, въ силу сего примѣчанїя, можно сыскать и чрезъ одно расположенїе членовъ. На пр.

арш. дни.
24 × 16 = 384
арш. дни.
168 × 12 = 2016
арш. раб. арш. раб.
384 : 48 = 2016 : 252 тоже самое требуемое число произошло.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 367. Понеже многїя задачи бываютъ такїя, въ которыхъ иногда не дается точно иныхъ чиселъ, которыя входятъ въ пропорцїю, но выводятся оныя, или чрезъ сложенїе и вычитанїе, или чрезъ умноженїе и дѣленїе одного котораго нибудь числа изъ данныхъ на другое; или хотя и будутъ даны всѣ числа, токмо перемѣшенныя, и потому не можно будетъ видѣть, по какому бы правилу изъ показанныхъ сїю, или другую такую задачу рѣшить надлежало; того ради, поколику многїе и разные такїе случаи быть могутъ, и въ разсужденїи всѣхъ ихъ не можно предписать точныхъ и извѣстныхъ правилъ, при рѣшенїи такихъ задачъ, всякому желающему быть искуснымъ въ практикѣ надлежитъ употреблять въ помощь свое природное разсужденїе и вышепоказанное примѣчанїе (§. 348.).

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLV.

§. 368. *Правило товарищества*, или *складное* (Regula ſocietatis, vel conſortii) есть способъ, помощїю котораго данное число раздѣляется на части, другимъ даннымъ числамъ пропорцїональныя.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 369. Такимъ образомъ по сему правилу раздѣляется пропорцїонально барышъ, или накладъ на людей торгующихъ вмѣстѣ, то есть, кто изъ нихъ больше денегъ въ торгу имѣетъ, тотъ больше и барыша получаетъ, или меньше накладу передъ другимъ достается на того, которой меньше денегъ въ торгу имѣетъ. Изъ чего явствуетъ при томъ и то, что знавши сумму тѣхъ денегъ, на которыя барышъ полученъ, или накладъ здѣлался, также знавши количество барыша или накладу, можно найти чрезъ тройное простое правило (§. 349.), сколько кому должно взять изъ прибыльныхъ денегъ, или сколько кто накладу получитъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVI.

§. 370. Числа, въ разсужденїи которыхъ пропорцїонально должно раздѣлить данное въ задачѣ число, называются *данными*, а сїе число *общимъ*, которое такимъ образомъ на свои части раздѣляется.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 371 Сїе правило названїе свое получило отъ купечества, которое подало случай къ изобрѣтенїю онаго, чтобъ противъ положенныхъ въ торгъ денегъ можно было пропорцїонально дѣлить на людей вмѣстѣ торгующихъ барышъ, или накладъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 372. Но понеже могутъ быть и такїе примѣры, которые хотя до купечества и не принадлежатъ; однако нѣкоторое токмо сходство съ симъ правиломъ имѣть будутъ; того ради и въ такомъ случаѣ задачи способнѣе чрезъ сїе правило рѣшены быть могутъ.

ЗАДАЧА LX.

§. 373. *Здѣлать задачу, принадлежащую къ правилу товарищества.*

РѢШЕНІЕ.

Понеже сїе правило есть такое, помощїю котораго одно число изъ данныхъ, то есть, общее раздѣляется на такїя части, которыя бы пропорцїональны были другимъ даннымъ числамъ (§. 368.); но данныя чи́сла могутъ быть 1) безъ всякихъ обстоятельствъ, 2) съ обстоятельствами 3) можетъ дано быть нѣсколько обстоятельствъ при данныхъ числахъ, и нѣсколько обстоятельствъ безъ данныхъ чиселъ, 4) также можетъ дано быть одно только содержанїе данныхъ чиселъ безъ ихъ количества; того ради и рѣшенїе сей задачи будетъ состоять изъ четырехъ случаевъ:

Первой случай. Когда данныя чи́сла будутъ безъ всякихъ обстоятельствъ: то

1. Данныя чи́сла сложи, и
2. Сумму ихъ поставь на первомъ мѣстѣ, на второмъ общее число, а на третьемъ одно, которое ни будь число изъ данныхъ, и
3. Тройное простое пра́вило повторяй столько разъ, сколько данныхъ чиселъ будетъ. Понеже изъ опредѣленїя сего пра́вила (§. 358.) явствуетъ, что какъ сумма данныхъ чиселъ содержится къ общему числу, такъ каждое данное число къ пропорцїональной своей части, изъ онаго числа̀ произшедшей, будетъ содержаться. На пр.

Трое

Трое купцовъ сложились торговать, изъ которыхъ первой положилъ 350 рублей, второй 480 руб. третей 290 руб. и приторговали тѣми деньгами 375 руб. спр. сколько барыша которой изъ нихъ получитъ? Найдется слѣдующимъ образомъ:

руб.
350
480
290

1120 : 375 = 350 : $117\frac{3}{16}$ столько руб. пер. получ.
1120 : 375 = 480 : $160\frac{5}{7}$ столько руб. втор. полу.
1120 : 375 = 290 : $97\frac{11}{112}$ столько руб. тре. полу.

Второй случай. Когда данныя числа будутъ имѣть обстоятельства, тогда смотрѣть должно, что не ко всѣмъ ли даннымъ числамъ одно тоже обстоятельство относится, или къ каждому числу изъ данныхъ особливое будетъ принадлежать.

1. Ежели ко всѣмъ даннымъ числамъ одно тоже обстоятельство будетъ относиться: то въ такомъ случаѣ обстоятельство не принимается въ разсужденіе, и задача рѣшится точно такъ какъ въ первомъ случаѣ показано. На пр.

Трое Офицеровъ, для обученія въ ихъ командѣ находящихся солдатовъ, приняли пороху 10 пудъ и 26 фунтовъ: но положимъ, что у перваго Офицера было въ командѣ 120 человѣкъ, у втораго 94 человѣка, а у третьяго 70 человѣкъ, и что изъ показаннаго пороху на каждаго солдата досталось по 48 патроновъ: спр. сколько

ко пороху каждой ОфицерЪ порознь на свою команду принялЪ?

Понеже ко всѢмЪ даннымЪ числамЪ, то есть, 120 челов. 94, челов. 70 челов. одно то же обстоятельство, то есть, 48 патроновЪ, относится; того ради найдется слѢдующимЪ образомЪ:

чел.
120
94
70

фун. чел. фун.
284:426=120.180 столько фун. прин. пер. Офи.
чел. фун. чел. фун.
284:426= 94:141 столько фун. прин. вто. Офи.
чел. фун. чел. фун.
284 426= 70:105 столько фун. прин. тре. Офи.

2. Ежели кЪ каждому числу изЪ данныхЪ особливое обстоятельство будетЪ принадлежать: то вЪ такомЪ случаѢ каждое данное число умноживЪ на пранадлежащее кЪ нему обстоятельство, и произведенія ихЪ сложивЪ, рѢши далѢе задачу по первому случаю. На пр.

Три человѢка сложились торговать такимЪ образомЪ: первой изЪ нихЪ положилЪ 450 руб. на 4 мѢсяца, другой 680 руб. на 6 мѢсяцовЪ, третей 870 руб. на 8 мѢсяцовЪ, и приторговали вообще 120. рублей, спр. сколько барыша, которой изЪ нихЪ получитЪ? Найдется слѢдующимЪ образомЪ:

руб.

руб. мѣс.
$450 \times 4 = 1800$
$680 \times 6 = 4080$
$870 \times 8 = 6960$

12840 сумма произведенїй.
$12840 : 120 = 1800 : 16\frac{88}{107}$ столь. руб. пер. полу.
$12840 . 120 = 4080 : 38\frac{14}{107}$ столько второй.
$12840 : 120 = 6960 : 65\frac{5}{107}$ столько третей.

Третей случай. Когда дано будетъ нѣсколько обстоятельствъ при данныхъ числахъ, и нѣсколько безъ данныхъ чиселъ, но только ихъ части изъ общаго числа не опредѣленныя взятыя: то въ такомъ случаѣ надлежитъ сыскивать оныя самыя числа, и притомъ данныхъ не опредѣленныхъ частей опредѣленныя части слѣдующимъ образомъ:

1. Данныя неопредѣленныя части принадлежащїя къ искомымъ числамъ сложивъ, сумму ихъ вычти изъ 1, которая будетъ изображать общее число, когда оно извѣстнымъ не дано, остатокъ будетъ также неопредѣленныя части.

2. Которыя данныя числа будутъ имѣть принадлежащїя къ нимъ обстоятельства, тѣ умноживъ на оныя, и произведенїя ихъ сложивъ, говори: какъ неопредѣленныя части, изъ общаго числа взятыя, содержатся къ суммѣ произведенїй, такъ каждая неопредѣленная часть будетъ содержаться къ произведенїю искомаго числа на свое обстоятельство. По чему найденное четвертое пропорцїональное число раздѣля на принадлежащее къ

нему

нему обстоятельство, частное число будетъ искомое число (§. 67.). На пр.

Четыре Артиллерїйскїе Офицера, будучи отправлены въ походъ, приняли нѣсколько пороху, и первой изъ нихъ, которой былъ съ 6 пушками, заряжалъ каждую пушку по 3 фунта; другой, которой былъ съ 3 пушками, заряжалъ каждую по 6 фунтовъ; третей, которой былъ съ неизвѣстнымъ числомъ пушекъ, заряжалъ каждую по 2 фунта, и взялъ пороху $\frac{5}{24}$; четвертой, которой былъ также съ неизвѣстнымъ числомъ пушекъ, заряжалъ каждую по 5 фунтовъ, и взялъ пороху $\frac{5}{12}$; спр. сколько пушекъ было съ третьимъ и четвертымъ Офицеромъ?

Понеже въ задачѣ дано нѣсколько обстоятельствъ, то есть, 3 фунта, и 6 фун. при данныхъ числахъ, то есть, 6 пуш. и нѣсколько обстоятельствъ, то есть, 2 фун. и 5 фун. безъ данныхъ чиселъ, но токмо неопредѣленныя части, изъ общаго числа взятыя, то есть, $\frac{5}{24}$ и $\frac{5}{12}$; по чему будетъ

	24
$\frac{5}{24}$	5
$\frac{5}{12}$	10

$\frac{15}{24}$ (§. 224.).

	24
$1 = \frac{24}{24}$	24
$\frac{15}{24}$	15

$\frac{9}{24}$ (§. 227. четвер. случ.).

пуш. фун.
6 × 3 = 18
пуш. фун.
3 × 6 = 18

36 сумма произведенїй.

$\frac{9}{24} : 36 = \frac{5}{24} : 20$ произведенїе изъ искомаго числа пушекъ третьяго на его обстоятельство, которое раздѣля на оное, то есть, на 2 фун. будетъ искомое число 10 пушекъ, которыя были съ третьимъ Офицеромъ.

$\frac{9}{24} : 36 = \frac{5}{12} : 40$ Произведенїе изъ искомаго числа пушекъ четвертаго на его обстоятельство, которое раздѣля на оное, то есть, на 5 фун. будетъ искомое число 8 пушекъ, которыя были съ четвертымъ Офицеромъ.

Четвертой случай. Когда дано будетъ одно только содержанїе чиселъ, въ разсужденїи которыхъ должно пропорцїонально раздѣлить общее число на части; то есть, когда даны будутъ неопредѣленныя части изъ общаго числа, взятыя всѣ въ одинакомъ знаменованїи, или иныя изъ оныхъ въ такомъ, а иныя въ другомъ знаменованїи: то въ такомъ случаѣ надлежитъ поступать слѣдующимъ образомъ:

1. Когда даны будутъ неопредѣленныя части всѣ въ одинакомъ знаменованїи: то принявъ ихъ за данныя числа, должно рѣшить задачу далѣе такъ, какъ въ первомъ случаѣ показано. На пр.

Три человѣка раздѣлили между собою 600 руб. Такимъ образомъ: первой изъ нихъ взялъ $\frac{1}{3}$, другой $\frac{2}{5}$, третей $\frac{1}{4}$; спр. Сколько жъ кто именно взялъ?

Най-

Найдется такимъ образомъ:

$$\begin{array}{r|l} & 60 \\ \frac{1}{3} & 20 \\ \frac{2}{5} & 24 \\ \frac{1}{4} & 15 \\ \hline & \frac{59}{60} \end{array}$$ (§. 224.)

$\frac{59}{60} : 600 = \frac{1}{3} : 203\frac{23}{59}$ столько руб. взялъ первой.

$\frac{59}{60} : 600 = \frac{2}{5} : 244\frac{4}{59}$ столько руб. взялъ второй.

$\frac{59}{60} : 600 = \frac{1}{4} : 152\frac{32}{59}$ столько руб. взялъ третей.

2. Когда неопредѣленныя части даны будутъ въ разномъ знаменованіи: то въ такомъ случаѣ надлежитъ все въ одинакое знаменованіе привести слѣдующимъ образомъ: возьми того числа, которое въ то и въ другое раздѣленіе входитъ, неопредѣленныя части порознь, и однѣ изъ тѣхъ поставь на первомъ, а другія на третьемъ мѣстѣ; на второмъ же мѣстѣ поставь неопредѣленныя части другаго числа, которое входитъ въ одно только раздѣленіе, и сыскавъ четвертое пропорціональное число, которое будетъ, означать также неопредѣленныя части, сложи оное съ тѣми частьми, съ которыми никакого сравненія не дѣлано, и потомъ говори: какъ сумма неопредѣленныхъ частей, изъ общаго числа взятыхъ, содержится къ данному общему числу, такъ каждая неопредѣленная часть будетъ содержаться къ опредѣленной. На пр.

Одинъ человѣкъ оставилъ послѣ себя жену беременную съ 3900 руб. и въ духовной своей предписалъ раздѣлить показанную сумму слѣдующимъ образомъ: ежели она родитъ сына: то изъ той суммы дать

ей $\frac{2}{5}$, а сыну $\frac{3}{5}$; естьлижъ она родитъ дочь: то дать ей $\frac{4}{7}$, а дочерѣ $\frac{3}{7}$; но та женщина родила двойни, то есть, сына и дочь. Спр. сколько кому изъ показаннаго наслѣдства достанется?

Найдется такимъ образомъ:

$$\frac{4}{7} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} : \frac{3}{10}$$

$$\begin{array}{r|l} & 10 \\ \frac{3}{5} & 6 \\ \frac{2}{5} & 4 \\ \frac{3}{10} & 3 \end{array}$$

$\frac{13}{10} : 3900 = \frac{3}{5} : 1800.$ столько руб. сыну.

$\frac{13}{10} : 3900 = \frac{2}{5} : 1200.$ столько руб. матерѣ.

$\frac{13}{10} : 3900 = \frac{3}{10} : 900.$ столько руб. дочерѣ.

Или

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{5} = \frac{4}{7} : \frac{6}{7}$$

$$\begin{array}{r|l} & 7 \\ \frac{4}{7} & 4 \\ \frac{3}{7} & 3 \\ \frac{6}{7} & 6 \end{array}$$

$\frac{13}{7} : 3900 = \frac{4}{7} : 1200.$ столько руб. матерѣ.

$\frac{13}{7} : 3900 = \frac{3}{7} : 900.$ столько руб. дочерѣ.

$\frac{13}{7} : 3900 = \frac{6}{7} : 1800.$ столько руб. сыну.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 374. Что касается до повѣрки задачъ, къ правилу товарищества принадлежащихъ: то смотрѣть, ежели найденныя числа, всѣ взяты будучи вмѣстѣ, составятъ сумму равную данному общему числу: то въ такомъ случаѣ почитать, что задача вѣрно рѣшена (§. 34.). На пр. въ предъидущемъ примѣрѣ найденныя числа 1200, 900 и 1800, взяты будучи всѣ вмѣстѣ, составляютъ сумму 3900, равную данному общему числу (§. 373.).

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVII.

Правило смѣшенія (Regula alligationis) есть способъ смѣшивать вещи разныхъ цѣнъ такимъ образомъ, чтобъ произшедшее изъ того смѣшеніе было средней цѣны.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 376. Сіе правило по большей части имѣетъ свое употребленіе въ Экономіи, Физикѣ, Медицинѣ и Артиллеріи, какъ то изъ слѣдующихъ видѣть можно.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 377. Изъ опредѣленія сего правила, и въ разсужденіи самой вещи слѣдуетъ, что по изволенію положенная цѣна не должна быть ни больше, ни меньше всѣхъ данныхъ смѣшиваемыхъ вещей, ни также равна имъ порознь, но средняя между ими такъ, чтобъ иныя были больше ея, а другія меньше. Ибо цѣна, по изволенію положенная, больше каждой данной въ смѣшеніе цѣны быть не можетъ для того, что изъ меньшихъ цѣнъ не можно произвести большей цѣны. На пр. когда фунтъ серебра, чтобъ онъ былъ цѣною въ 30 руб. требуется составить изъ серебра разныхъ цѣнъ, изъ которыхъ одному цѣна 20 руб. другому 24 руб. третьему 26 руб: то можетъ ли быть, чтобъ изъ сего тројакаго серебра здѣлался фунтъ въ 30 руб? Никакъ. Ибо какія бы части сихъ трехъ сортовъ серебра взяты ни были въ смѣшеніе одного фунта; однако изъ того смѣшенія произошелъ бы фунтъ цѣною меньше, нежели въ 30 руб. Также цѣна, по изволенію положенная, не можетъ быть меньше каждой данной въ смѣшеніе цѣны для того, что изъ большихъ цѣнъ не можно произвести меньшей цѣны. На пр. когда бутылку вина, чтобъ она была цѣною въ 15 коп. требуется составить изъ такихъ винъ, изъ которыхъ одному цѣна 20 коп. другому 25 коп. третьему 30 коп: то можетъ ли быть, чтобъ изъ сихъ трехъ винъ составилась бутылка цѣною въ 15 коп? Никакъ. Ибо какія бы части сихъ трехъ винъ взяты ни были въ смѣшеніе одной бутылки; однако изъ того смѣшенія произошла бы бутылка цѣною больше, нежели въ 15 коп. Наконецъ цѣна, по изволенію положенная, не можетъ быть одинакая ни съ одною цѣною изъ данныхъ въ смѣшеніе для того, что, еже-

ли будутъ изъ данныхъ цѣнъ нѣкоторыя ей равныя, а другїя меньше ея: то изъ смѣшенїя ихъ произойдетъ цѣна меньше, нежели по изволенїю положенная; естьли жъ изъ данныхъ цѣнъ нѣкоторыя будутъ даны больше ея, а другїя равны: то изъ смѣшенїя ихъ произойдетъ цѣна больше, нежели по изволенїю положенная.

ЗАДАЧА LXI.

§. 378. *Смѣшать вещи разныхъ цѣнъ въ одну средней какой нибудь цѣны, то есть, найти, по сколько частей изъ каждой данной вещи надлежитъ взять въ смѣшенїе.*

РѢШЕНIЕ.

Первой случай. Когда дано будетъ смѣшать двѣ вещи, изъ которыхъ одна больше, а другая меньше цѣны, по изволенїю положенной (§. 377.): то въ такомъ случаѣ надлежитъ поступать слѣдующимъ образомъ:

1. Данныя въ смѣшенїе вещи напиши одну подъ другою, а среднюю, по изволенїю положенную, по сторону тѣхъ съ лѣвой руки.
2. Потомъ вещь меньшей цѣны вычти изъ средней, по изволенїю положенной, и разность поставь по сторону противъ вещи большей цѣны съ правой руки, также среднюю, по изволенїю положенную, цѣну вычетши изъ вещи большей цѣны, разность поставь по сторону противъ вещи меньшей цѣны съ правой же руки, и
3. Сложивъ сїи разности, говори: какъ сумма сихъ разностей содержится къ 1 (ежели изъ данныхъ въ смѣшенїе вещей каждая будетъ значить цѣну одного фунта, или одной бутылки и проч. а не будетъ объявлено точно, сколько фунтовъ или бутылокъ и проч. смѣшать надобно; напро-

противъ же того, когда будетъ объявлено точное число фунтовъ, или бутылокъ и проч. тогда говори: какъ сумма сихъ разностей къ данному числу фунтовъ, или бутылокъ и проч.), такъ каждая разность будетъ содержаться къ числу частей, сколько ихъ взять надлежитъ въ то смѣшенїе. Такимъ образомъ, чрезъ повторенїе двухъ разъ тройнаго правила, найдутся желаемыя части, составляющїя вещь средней такой цѣны, какая по изволенїю положена будетъ. На пр.

Серебро двухъ сортовъ, изъ которыхъ одного фунтъ по 24 руб. а другаго по 30 руб. требуется смѣшать такимъ образомъ, чтобъ смѣшеннаго фунтъ цѣною былъ по 28 руб. спр. по сколько частей фунта изъ каждаго даннаго серебра взять надлежитъ въ то смѣшенїе?

Найдется такимъ образомъ:

24 | 2 разность между сред. и боль. цѣною.
28 |
30 | 4 разность между сред. и мень. цѣною.
6 сумма разностей.

$6 : 1 = 2 : \frac{1}{3}$ столько частей потребно взять въ смѣшенїе изъ того серебра, котораго фунтъ по 24 коп.

$6 : 1 = 4 : \frac{2}{3}$ столько частей потребно взять въ смѣшенїе изъ того серебра, котораго фунтъ по 30 коп.

Второй случай. Когда дано будетъ смѣшать нѣсколько вещей большей цѣны, и нѣсколько вещей меньшей цѣны, и всѣхъ

по равному числу: то въ такомъ случаѣ надлежитъ поступать слѣдующимъ образомъ:

1. Для большей ясности, данныя въ смѣшеніе вещи напиши одну подъ другую такъ, чтобъ сперьва были меньшія, а потомъ большія, или напередъ большія, а послѣ меньшія.
2. Каждую меньшую цѣну, одну послѣ другой, вычитай изъ средней, по изволенію положенной, цѣны, и каждую разность противъ каждой большей цѣны ставь по сторону съ правой руки.
3. Потомъ среднюю, по изволенію положенную цѣну, изъ каждой большей цѣны также вычитай, и каждую разность противъ каждой меньшей цѣны ставь по сторону съ правой же руки.
4. Наконецъ всѣ сіи разности сложивъ, говори: какъ сумма сихъ разностей содержится къ 1 (ежели каждая изъ данныхъ въ смѣшеніе вещей будетъ значить цѣну одного фун. и проч. какъ въ первомъ случаѣ объявлено), такъ каждая разность будетъ содержаться къ числу частей, сколько ихъ взять надлежитъ въ то смѣшеніе. Такимъ образомъ, чрезъ повтореніе тройнаго правила столько разъ, сколько такихъ разностей будетъ, найдутся желаемыя части, составляющія вещь средней такой цѣны, какая по изволенію положена. На пр.

Нѣсколько винъ разной цѣны, изъ которыхъ одного галенокъ по 18 коп. другаго по 20 коп.

коп. третьяго по 28 коп. четвертаго по 30 коп. требуется смѣшать между собою такимъ образомъ, чтобъ смѣшеннаго галенокъ былъ по 24 коп. спр. по сколько частей галенка изъ каждаго даннаго вина̀ взять надлежитъ въ то смѣшенїе?

Найдется такимъ образомъ:

	18	6
	20	4
24		
	28	4
	30	6

20 : 1 = 6 : $\frac{3}{10}$ столь. ч. вина̀, кот. по 18 ко.
20 : 1 = 4 : $\frac{2}{5}$ столь. ч. вина̀, кот. по 20 ко.
20 : 1 = 4 : $\frac{2}{5}$ столь. ч. вина̀, кот. по 28 ко.
20 : 1 = 6 : $\frac{3}{10}$ столь. ч. вина̀, кот. по 30 ко.

Третей случай. Когда дано будетъ смѣшать нѣсколько вещей меньшей цѣны̀, и нѣсколько вещей большей цѣны̀, и всѣхъ не по равному числу, то есть, или болѣе вещей меньшей цѣны̀, а меньше большей цѣны̀; или на оборотъ, болѣе вещей большей цѣны̀, а меньше меньшей цѣны̀: то

1. Ежели дано будетъ больше вещей меньшей цѣны̀, а меньше большей цѣны̀, на пр. три меньшей цѣны̀, а двѣ большей: то въ такомъ случаѣ, или одна которая ни будь большая цѣна смѣшивается съ двумя которыми ни будь меньшими цѣнами, а оставшаяся одна большая цѣна съ оставшеюся одною меньшою цѣною; или каждая большая цѣна порознь со всѣ-

ми данными меньшими цѣнами, и далѣе поступается такъ, какъ въ первомъ и второмъ случаѣ показано. На пр.

Нѣсколько винъ, изъ которыхъ одного галенокъ по 16 коп. другаго по 18 коп. третьяго по 20 коп. четвертаго по 28 коп. пятаго по 30 коп. требуется смѣшать между собою такъ, чтобъ смѣшеннаго галенокъ былъ по 24 коп. спр. по сколько частей галенка изъ каждаго даннаго вина взять надлежитъ въ то смѣшенie?

Найдется такимъ образомъ:

	16	6
	18	6
24	20	4
	28	4
	30	8 + 6

$34:1=6:\frac{3}{17}$ столь. ч. вина, кот. по 16 ко.
$34:1=6:\frac{3}{17}$ столь. ч. вина, кот. по 18 ко.
$34:1=4:\frac{2}{17}$ столь. ч. вина, кот. по 20 ко.
$34:1=4:\frac{2}{17}$ столь. ч. вина, кот. по 28 ко.
$34:1=14\frac{7}{17}$ столь. ч. вина, кот. по 30 ко.

Или

	16	6 + 4 = 10
	18	6 + 4 = 10
24	20	6 + 4 = 10
	28	8 + 6 + 4 = 18
	30	8 + 6 + 4 = 18
		66

$66:1=10:\frac{5}{33}$ столь. ч. вина, кот. по 16 коп.
$66:1=10:\frac{5}{33}$ столь. ч. вина, кот. по 18 коп.
$66:1=10:\frac{5}{33}$ столь. ч. вина, кот. по 20 коп.
$66:1=18:\frac{9}{33}$ столь. ч. вина, кот. по 28 коп.
$66:1=18:\frac{9}{33}$ столь. ч. вина, кот. по 30 коп.

2. А когда напротивъ того дано будетъ больше большихъ цѣнъ, нежели меньшихъ, на пр. три большихъ, а двѣ меньшихъ: то въ такомъ случаѣ, или одна которая ни будь меньшая цѣна смѣшивается съ двумя большими, а оставшаяся одна меньшая цѣна съ оставшеюся одною большою цѣною; или каждая меньшая цѣна порознь со всѣми данными большими цѣнами, и далѣе поступается такъ, какъ уже выше сего показано. На пр.

Нѣсколько винъ, изъ которыхъ одного галенокъ по 18 коп. другаго по 20 коп. третьяго по 25 коп. четвертаго по 28 коп. пятаго по 30 коп. требуется смѣшать между собою такъ, чтобъ смѣшеннаго галенокъ былъ по 23 коп. спр. по сколько частей галенка изъ каждаго даннаго вина взять надлежитъ въ то смѣщеніе?

Найдется такимъ образомъ:

	18	7	
	20	2	+ 5
23	25	3	
	28	3	
	30	5	
		25	

$25 : 1 = 7 : \frac{7}{25}$ столь. ч. вина, кот. по 18 коп.
$25 : 1 = 7 : \frac{7}{25}$ столь. ч. вина, кот. по 20 коп.
$25 : 1 = 3 : \frac{3}{25}$ столь. ч. вина, кот. по 25 коп.
$25 : 1 = 3 : \frac{3}{25}$ столь. ч вина, кот. по 28 коп.
$25 : 1 = 5 : \frac{5}{25}$ столь. ч. вина, кот. по 30 коп.

или

Или

	18	2 + 5 + 7 =	14
	20	2 + 5 + 7 =	14
23	25	5 + 3 =	8
	28	5 + 3 =	8
	30	5 + 3 =	8
			52

52 : 1 = 14 : $\frac{7}{26}$ столь. ч. вина̀, кот. по 18 коп.
52 : 1 = 14 : $\frac{7}{26}$ столь. ч. вина̀, кот. по 20 коп.
52 : 1 = 8 : $\frac{2}{13}$ столь. ч. вина̀, кот. по 25 коп.
52 : 1 = 8 : $\frac{2}{13}$ столь. ч. вина̀, кот. по 28 коп.
52 : 1 = 8 : $\frac{2}{13}$ столь. ч. вина̀, кот. по 30 коп.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 379. Во всѣхъ трехъ показанныхъ случаяхъ (§. 378.) должно остерегаться того, чтобъ никакихъ двухъ цѣнъ, то есть, никоторой меньшей и никоторой большей два раза между собою не смѣшивать, но только одинъ разъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 380. Справедливость рѣшенія задачъ, по показаннымъ тремъ случаямъ, можетъ видна быть изъ того, что найденныхъ частей сумма должна быть равна смѣшиваемому количеству; или, что цѣны неопредѣленныхъ частей, найденныя по тройному пра̀вилу, взяты будучи всѣ вмѣстѣ, должны быть равны средней по изволенію положенной цѣнѣ (§. 34.).

Положимъ тоже примѣръ, что и въ первомъ случаѣ (§. 378.).

	24	2
28		
	30	4

6 : 1 = 2 : $\frac{1}{3}$ | 1
6 : 1 = 4 : $\frac{2}{3}$ | 2
(3)

$\frac{3}{3}$ = 1 сумма найденныхъ частей равняется точно смѣшиваемому количеству.

Ибо

Ибо въ задачѣ было дано смѣшать только одинъ фунтъ.

Также

фун.	руб.	фун.	руб.
1 :	24 =	$\frac{1}{3}$:	8
1 :	30 =	$\frac{2}{3}$:	20
			28 руб.

28 руб. точно средняя по изволенію положенная цѣна.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 381. Когда одну вещь съ другою, которая никакой цѣны не имѣетъ, смѣшать должно будетъ такимъ образомъ, чтобъ произшедшее изъ того смѣшеніе было по изволенію положенной цѣны: то въ такомъ случаѣ должно сперьва найти части вещи, цѣну имѣющей, сколько бы ихъ должно было взять въ то смѣшеніе, которыя могутъ найдены быть по тройному правилу слѣдующимъ образомъ: какъ данная цѣна вещи содержится къ цѣлому, то есть, къ 1, такъ по изволенію положенная цѣна будетъ содержаться къ частямъ онаго, которыя нашедши, можно будетъ дознаться, сколько еще частей не достаетъ къ цѣлому, и которыя слѣдовательно будутъ означать, что столько ихъ взять надлежитъ изъ той вещи, которая никакой цѣны не имѣетъ. Такимъ образомъ будетъ извѣстно, сколько частей которой вещи взять надлежитъ въ то смѣшеніе.

На пр. сколько частей галенка такого вина, котораго галенокъ продается по 30 коп. должно взять, и сколько воды въ то прибавить, чтобъ смѣшеннаго галенокъ можно было продавать по 20 коп?

Понеже вода безъ всякой цѣны принимается; того ради слѣдуетъ найти только то, сколько даннаго вина будетъ на 20 коп. что найдется слѣдующимъ образомъ:

коп. гал. коп. гал.

30 : 1 = 20 : $\frac{2}{3}$ столько вина на 20 коп. и слѣдовательно къ цѣлому галенку не достаетъ $\frac{1}{3}$; Чего

$\frac{1}{3}$; Чего ради $\frac{1}{3}$ галенка воды должно прибавить къ $\frac{2}{3}$ галенка вина, и такъ галенокъ будетъ цѣною въ 20 коп.

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 382. Естьли какого нибудь смѣшенія цѣны не будетъ опредѣлено: то въ такомъ случаѣ оная найдется, когда сумма всѣхъ данныхъ цѣнъ будетъ раздѣлена на число смѣшиваемыхъ вещей. Ибо такимъ образомъ произшедшее изъ того частное число, будетъ искомая цѣна смѣшеннаго количества изъ разныхъ вещей.

На пр. надобно знать, какой цѣны будетъ галенокъ такого вина, которое смѣшено изъ разныхъ слѣдующихъ винъ, изъ которыхъ одного галенокъ по 45 коп. другаго по 25 коп. третьяго по 30 коп. четвертаго по 28 коп. пятаго по 20 коп. шестаго по 65 коп?

Найдется такимъ образомъ:

гал.	коп.
1	45
1	25
1	30
1	28
1	20
1	65

$6 : 213 = 35\frac{1}{2}$ по столько копѣекъ будетъ галенокъ вина, которое смѣшено изъ показанныхъ винъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 5.

§. 383. Когда данъ будетъ какой нибудь кусокъ слитой изъ двухъ металловъ, на пр. изъ золота и серебра, и требовано будетъ найти, сколько вѣсомъ каждаго изъ оныхъ металловъ порознь въономъ кускѣ находится: то въ такомъ случаѣ должно поступать слѣдующимъ образомъ: вопервыхъ надлежитъ данной кусокъ свѣсить и опустить его въ наполненной водою сосудъ, и то, сколько онъ вѣсу въ оной потеряетъ, записать; потомъ, понеже

чрезъ

чрезъ опытъ извѣстно, что 20 фун. чистаго золота теряютъ своего вѣсу въ водѣ 1 фун. а чистаго серебра 11 фун. также теряютъ своего вѣсу въ водѣ 1 фунтъ; того ради, данной кусокъ принявъ въ такомъ смыслѣ, что будтобы онъ слитъ былъ изъ одного чистаго золота, должно къ 20 фун. 1. фун. и къ фунтамъ даннаго слитаго куска сыскать четвертое пропорціональное число (§. 173.), которое будетъ показывать, сколько бы фунтовъ своего вѣсу потерялъ въ водѣ показанной кусокъ, естьли бы онъ слитъ былъ точно изъ одного чистаго золота; равнымъ образомъ, данной кусокъ въ другой разъ принявъ въ такомъ смыслѣ, что будто бы онъ слитъ былъ изъ одного чистаго серебра, должно къ 11. фун. 1. фун. и къ фунтамъ даннаго слитаго куска сыскать также четвертое пропорціональное число (§. 173.), которое будетъ показывать, сколько бы фунтовъ своего вѣсу потерялъ въ водѣ показанной кусокъ, естьли бы онъ слитъ былъ точно изъ одного чистаго серебра; и наконецъ сіи найденныя четвертыя пропорціональныя числа принявъ за смѣшиваемыя вещи, а то число, сколько фунтовъ данной слитой кусокъ, будучи опущенъ въ наполненной водою сосудъ, потерялъ, за среднюю по изволенію положенную цѣну, далѣе надлежитъ поступать такъ, какъ выше сего показано (§. 378.). Такимъ образомъ извѣстно будетъ, сколько фунтовъ особливо золота, и сколько фунтовъ особливо серебра въ данномъ кускѣ находится.

Положимъ, что данъ кусокъ слитой изъ серебра и золота вѣсомъ въ 200 фунтовъ, и оной, будучи опущенъ въ наполненное водою судно, своего вѣсу потерялъ 15 фун. то слѣдуетъ

фун. фун. фун. фун.	
20 : 1 = 200 : 10	Столько бы фунтовъ данной кусокъ своего вѣсу потерялъ въ водѣ, естьлибы онъ слитъ былъ точно изъ одного чистаго золота.

фун.

фун. фун. фун. фун.

$11 : 1 = 200 \cdot 18\frac{2}{11}$ Столько бы фунтовъ данной кусокъ своего вѣсу потерялъ въ водѣ, естьлибы онъ слитъ былъ точно изъ одного чистаго серебра.

$$\begin{array}{cc|l} & 10 & 3\frac{2}{11} \\ 15 & & \\ & 18\frac{2}{11} & 5 \\ & & \overline{8\frac{2}{11}} \end{array}$$

$8\frac{2}{11} : 200 = 3\frac{2}{11} : 77\frac{7}{9}$ Сколько фунтовъ особливо золота въ данномъ кускѣ находится.

$8\frac{2}{11} : 200 = 5 : 122\frac{2}{9}$ Столько фунтовъ особливо серебра въ данномъ кускѣ находится.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 384. Справедливость показаннаго рѣшенiя (§. 383.) можетъ видна быть изъ того, что въ особливости найденные фунты золота, будучи сложены съ найденными въ особливости фунтами серебра, должны быть равны всему смѣшенному количеству, то есть, всему вѣсу даннаго куска слитаго изъ двухъ металловъ (§. 34.). На пр.

$$\begin{array}{r|l} & \overset{9}{\smile} \\ 77\frac{7}{9} & 7 \\ 122\frac{2}{9} & 2 \\ & \overline{\frac{9}{9}} = 1 \text{ (§. 224, 226.)} \\ \overline{199} & \\ 1 & \\ \overline{200} & \end{array}$$

200 Вѣрно. Ибо данной слитой кусокъ точно вѣсомъ въ 200 фунтовъ (§. 383.).

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 385. Понеже пушки обыкновенно выливаются изъ красной мѣди и чистаго Аглинскаго олова; того ради, чтобъ узнать, сколько мѣди и олова порознь находится въ какой ни будь пушкѣ, которая, положимъ, имѣетъ вѣсу 125 пудъ, надлежитъ поступать слѣдующимъ образомъ: вопервыхъ должно отпилить отъ той пушки не большую часть, въ которой,

которой, положимъ, будетъ вѣсу 1 пудъ и $23\frac{1}{2}$ фунта, и оная, будучи опущена въ наполненной водою сосудъ, выдавила воды $19\frac{1}{2}$ фун. также чистой красной мѣди кусокъ, одинакаго вѣсу съ тою отпиленною частью, будучи опущенъ въ наполненной водою сосудъ, выдавилъ воды $17\frac{2}{3}$ фун. а чистаго олова кусокъ, одинакагожъ вѣсу съ тою частїю, будучи опущенъ въ воду, выдавилъ воды $24\frac{3}{4}$ фун. Наконецъ количество выдавленной воды отъ куска чистой красной мѣди, и количество выдавленной воды отъ куска чистаго олова принявъ за смѣшиваемыя вещи, а количество выдавленной воды отъ отпиленной части, за среднюю по изволенїю положенную цѣну, далѣе надлежитъ поступать такъ, какъ выше сего показано (§. 378.). Такимъ образомъ извѣстно будетъ, сколько фунтовъ особливо мѣди, и сколько фунтовъ особливо олова въ данной пушкѣ находится. На пр.

$19\frac{1}{2}$	$17\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{4}$
	$24\frac{3}{4}$	$1\frac{5}{6}$
		$7\frac{1}{12}$ (§. 224, 226.)

$7\frac{1}{12} : 125 = 5\frac{1}{4} : 92\frac{11}{17}$ Столько пудъ особливо мѣди въ данной пушкѣ находится.

$7\frac{1}{1} : 125 = 1\frac{5}{6} : 32\frac{6}{17}$ Столько пудъ особливо олова въ данной пушкѣ находится.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 386. Понеже, когда старыя пушки переливаются въ новыя, всегда на 100 фун. мѣди полагается 12 фун. олова; того ради, для сравненїя въ смѣшенїи такихъ металловъ, то есть, старой пушки съ новою, употребляется слѣдующая пропорцїя:

фун. мѣд. ф. мѣд. фун. оло.

$5\frac{1}{4} : 100 = 1\frac{5}{6} : 34\frac{58}{63}$ Столько фунтовъ олова на 100 фунтовъ мѣди въ старой пушкѣ положено было, изъ чего вычетши 12 фунтовъ, то есть,

сколько, при выливанiи новыхЪ пушекЪ, на 100 фун. мѣди полагается олова, остатокЪ $22\frac{58}{63}$ будетЪ показывать, чѣмЪ больше олова вЪ старой пушкѣ, противЪ новой находится.

ПРИМѢЧАНIЕ 1.

§. 387. Проба золота, серебра и пороху не что иное есть, какЪ извѣстной градусЪ ихЪ доброты. На пр. то серебро, вЪ которомЪ находится 72 золотника чистаго серебра, а 24 золотника мѣди, называется *семьдесятЪ второй пробы*, и такЪ далѣе. Число жЪ золотниковЪ чистаго золота сЪ серебромЪ, и чистаго серебра сЪ мѣдью, то есть, весь ихЪ составЪ равенЪ одному фунту.

ВЪ артиллерiи раздѣляютЪ доброту пороха на пробы такимЪ образомЪ: ставится вертикально длинной шестЪ, раздѣленной на 100 Аглинскихъ футовЪ, и стрѣляючи подлѣ онаго вЪ верьхЪ, примѣчаютЪ, ежели крышка пробницы пороховою силою подниметтся на пр. до числа 40, или 50 футовЪ и проч. тогда того заряда порохЪ называютЪ *сороковой*, или *пятидесятой пробы*, и проч.

ПРИМѢЧАНIЕ 2.

§. 388. Для удобнѣйшаго и вѣроятнѣйшаго познанiя, сколько вЪ какомЪ ни будь жидкомЪ тѣлѣ, на пр. вЪ винѣ, вЪ разсужденiи смѣшенiя его сЪ водою, находится особливо вина, и особливо воды, надлежитЪ примѣчать и дѣлать слѣдующее: сперьва должно наполнить какой ни будь сосудЪ даннымЪ смѣшенiемЪ, потомЪ тотже сосудЪ наполнить особливо однимЪ виномЪ, и особливо одною водою, и при наполниванiи такимЪ образомЪ вывѣшивать каждое жидкое тѣло вмѣстѣ сЪ сосудомЪ, и замѣчать, сколько будетЪ вѣсу особливо вЪ каждомЪ жидкомЪ тѣлѣ; наконецЪ вывѣсивЪ одинЪ пустой сосудЪ, онаго вѣсЪ должно вычесть особливо изЪ смѣшеннаго тѣла, особливо изЪ вина, и особливо изЪ

воды;

воды; такимъ образомъ найденные остатки будутъ показывать, сколько чего въ показанномъ смѣшенномъ жидкомъ тѣлѣ порознь находится.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVIII.

§. 389. *Правило фальшивое* (Regula falsi) есть способъ, чрезъ взятое по изволенію число, находить искомое; и во особливости правило *одного положенія* (Regula vnius positionis) называется, когда, помощію одного по изволенію взятаго числа, находится искомое; напротивъ того, когда, помощію двухъ по изволенію взятыхъ чиселъ, находится искомое, тогда называется *правило двухъ положеній* (Regula duplicis positionis).

Число, которое вмѣсто искомаго принимается по изволенію, называется *положеніемъ* (Hypothesis).

ЗАДАЧА LXII.

§. 390. *Рѣшить задачу къ правилу одного положенія принадлежащую.*

РѢШЕНІЕ.

1. Вмѣсто искомаго числа, возьми какое ни будь по изволенію число, съ которымъ бы удобнѣе поступать можно было въ перемѣнѣ его, смотря по содержанію задачи.
2. Потомъ съ онымъ дѣлай всѣ тѣ перемѣны, какія бы должно было дѣлать съ извѣстнымъ числомъ, или по какимъ перемѣнамъ изъ искомаго числа данное въ задачѣ число произошло.
3. По симъ перемѣнамъ принятаго по изволенію числа, найденное число естьли будетъ

одинакое съ даннымъ въ задачѣ числомъ: то принятое по изволенїю число будетъ искомое; а когда будетъ не одинакое: то

4. Говори: какъ число, по порядку рѣшенїя найденное, содержится къ принятому по изволенїю числу, то есть, положенїю, такъ данное въ задачѣ число будетъ содержаться къ искомому. Такимъ образомъ найденное четвертое пропорцїональное число будетъ искомое количество. На пр.

Три человѣка покупаютъ дворъ цѣною въ 2700 рублей; второй изъ нихъ даетъ за тотъ дворъ вдвое больше нежели первой; а третей втрое больше, нежели второй; спр. сколько первой изъ нихъ даетъ за тотъ дворъ?

Положимъ, что первой изъ нихъ даетъ за тотъ дворъ 100 рублей: то второй, въ силу задачи, долженъ давать 200 руб. а третей 600 руб. Но понеже 100 + 200 + 600 составляютъ только 900, а не 2700 руб. того ради здѣлай слѣдующую пропорцїю:

900 : 100 = 2700 : 300 искомое число, то есть, столько рублей первой изъ нихъ даетъ за тотъ дворъ; слѣдовательно второй долженъ давать 600 руб а третей 1800 руб. По чему все сїе сложивъ вмѣстѣ, то есть, 300 + 600 + 1800, сумма 2700 руб. показываетъ, что искомое число 300 исправно найдено.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 391. Слѣдовательно число, по порядку рѣшенїя найденное, должно быть одного роду съ даннымъ въ задачѣ числомъ, или подобное ему. Чего ради и въ рѣшенїи

задачъ,

задачѣ, къ сему правилу принадлежащихъ, должно наблюдать, чтобъ найденное по порядку рѣшенія число сходствовало, или бы одного роду было съ даннымъ въ задачѣ числомъ; а сіе получить не трудно, естьли только съ положеніемъ все то будетъ учинено, что предписано (§. 390.).

ЗАДАЧА LXIII.

§. 392. *Рѣшить задачу, къ правилу двухъ положеній принадлежащую.*

РѢШЕНІЕ.

1 Вмѣсто искомаго числа, возьми какое ни будь по изволенію число, и съ онымъ далѣе поступай такъ, какъ уже выше сего объявлено (§. 390.).

2. Ежели найденное по порядку рѣшенія число будетъ больше даннаго въ задачѣ числа: то въ такомъ случаѣ данное число вычти изъ найденнаго, остатокъ будетъ *погрѣшность превосходящая* (Error per excessum), и означается знакомъ (+) §. 43.); естьлижъ найденное число будетъ меньше даннаго: то въ такомъ случаѣ оное найденное число вычти изъ даннаго, остатокъ будетъ *погрѣшность недостаточная* (Error per defectum), и означается знакомъ (—) (§. 49.).

3. Потомъ, вмѣсто искомаго числа, возьми другое какое ни будь по изволенію число, и съ онымъ далѣе также поступай, какъ въ 2. пунктѣ показано.

4 Каждую погрѣшность напиши подъ своимъ числомъ, чрезъ положеніе по порядку рѣшенія найденнымъ, съ принадлежащимъ знакомъ. И такъ наконецъ изъ

 двухъ

двухъ положенїй и найденныхъ двухъ погрѣшностей искомое число найдется слѣдующимъ образомъ:

Первой случай. Ежели найденныя погрѣшности будутъ подобныя, то есть, или обѣ превосходящїя, или обѣ недостаточныя: то

1. Одно положенїе изъ другаго, и одну погрѣшность изъ другой вычти, и
2. Говори: какъ разность погрѣшностей содержится къ разности положенїй, такъ которая ни будь погрѣшность будетъ содержаться къ четвертому пропорцїональному числу.
3. Потомъ, ежели погрѣшность третьимъ членомъ въ пропорцїи была превосходящая, найденное четвертое пропорцїональное число вычти изъ того положенїя, котораго взята была погрѣшность, остатокъ будетъ искомое число; естьли жъ погрѣшность третьимъ членомъ въ пропорцїи была недостаточная: то оное найденное четвертое пропорцїональное число съ тѣмъ положенїемъ, котораго взята была погрѣшность, сложи, сумма будетъ искомое число.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Первое положенїе умножь на погрѣшность втораго положенїя, а второе положенїе на погрѣшность перваго, и потомъ сихъ произведенїй разность раздѣли на разность погрѣшностей, частное число будетъ тоже самое искомое.

ПРИ-

ПРИМѢРЪ 1.

Три человѣка выиграли вообще 400 рублей; но положимъ, что второй изъ нихъ выигралъ 12 руб. больше, нежели первой, а третей 16. руб. больше, нежели второй; спр. сколько всякой изъ нихъ выигралъ?

Положимъ, что первой выигралъ 200 рублей: то выигрышъ втораго будетъ 212 руб. а третьяго 228 руб. И такъ сумма всѣхъ выигранныхъ денегъ будетъ 640, а должна быть 400 руб. По чему погрѣшность будетъ превосходящая, то есть, 640 — 400 = + 240. Положимъ еще, что первой выигралъ 201 руб. то выигрышъ втораго будетъ 213 руб. а третьяго 229 руб. И такъ сумма всѣхъ выигранныхъ денегъ будетъ 643, а должна быть 400 руб. По чему погрѣшность будетъ также превосходящая, то есть, 643 — 400 = + 243: то, въ силу предписанныхъ, искомое число найдется слѣдующимъ образомъ:

200	201
212	213
228	229
640 — 400 = + 240.	643 — 400 = + 243
	+ 240
	раз. погрѣш. = 3

201
200
раз. пол. = 1

3 : 1 = 240 : 80 — 200 = 120 руб. столько первой выигралъ. Слѣдовательно выигрышъ втораго будетъ 132 руб. а третьяго 148 руб. Ибо, всѣ выигранныя деньги сложивъ вмѣстѣ, сумма ихъ будетъ точно 400, какъ 120 + 132 + 148 = 400.

Или

200 × 243 = 48600
201 × 240 = 48240

3 : 360 = 120 руб. столько первой выигралъ, и такъ далѣе.

ПРИМѢРЪ 2.

Къ находящемуся въ нѣкоторомъ мѣстѣ гарнизону ежели прибавить третью его часть, и сверьхъ того 100 человѣкъ: то будетъ всего гарнизону 3000 человѣкъ; спр. сколько точно людей въ томъ гарнизонѣ находится?

Положимъ, что въ томъ гарнизонѣ находятся 150 человѣкъ: то прибавивъ къ нему третью его часть, то есть, 50 и сверьхъ того 100 человѣкъ, сумма будетъ 300, а должна быть 3000. По чему погрѣшность будетъ недостаточная, то есть, 3000 — 300 = — 2700. Положимъ еще, что въ томъ гарнизонѣ было 1152 человѣка: то прибавивъ къ нему третью его часть, то есть, 384 и сверьхъ того 100 человѣкъ, сумма будетъ 1636, а должна быть 3000. По чему погрѣшность будетъ также недостаточная, то есть, 3000 — 1636 = — 1364:

1364: то, въ силу предписанныхъ, искомое число найдется слѣдующимъ образомъ:

150	1152
50	384
100	100
300 — 3000 = — 2700	1636 — 3000 = — 1364
— 1364	
разн. погрѣш. = 1336	1152
	150
	1002

1336 : 1002 = 1364 : 1023 + 1142 = 2175 столько людей было въ томъ гарнизонѣ. Ибо, прибавивъ къ тому третью часть сего найденнаго числа, и сверьхъ того 100, будетъ точно 3000, какъ на пр. 2175 + 725 + 100 = 3000.

Или

1152 × 2700 = 3110400
150 × 1364 = 204600

1336 : 2905800 = 2175 столько людей въ томъ гарнизонѣ было, и такъ далѣе.

Второй случай. Ежели найденныя погрѣшности будутъ неподобныя, то есть, одна будетъ превосходящая, а другая не достаточная: то

1. Одну погрѣшность съ другою сложи, а въ разсужденіи положеній, найди ихъ разность, и
2. Потомъ говори: какъ сумма погрѣшностей содержится къ разности положеній, такъ которая ни будь погрѣшность бу-

детъ содержаться къ четвертому пропорціональному числу.

3. Ежели погрѣшность третьимъ членомъ въ пропорціи была превосходящая: то найденное четвертое пропорціональное число вычти изъ того положенія, котораго взята была погрѣшность, остатокъ будетъ искомое число; естьлижъ погрѣшность третьимъ членомъ въ пропорціи была недостаточная: то найденное четвертое пропорціональное число сложи съ тѣмъ положеніемъ, котораго взята была погрѣшность, сумма будетъ также искомое число.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Первое положеніе умножь на погрѣшность втораго положенія, а второе положеніе на погрѣшность перваго, и потомъ сихъ произведеній сумму раздѣли на сумму погрѣшностей, частное число будетъ тоже самое искомое число.

ПРИМѢРЪ 1.

Одинъ человѣкъ имѣетъ столько денегъ, что, ежели отъ половины суммы всѣхъ его денегъ отнимешь одну треть съ четвертью, останется у него 30 рублей; спр. сколько онъ денегъ имѣетъ?

Положимъ, что тотъ человѣкъ имѣетъ 48 рублей: то отъ половины сихъ его денегъ = 24 отнявъ одну треть = 8 съ четвертью = 6, остатокъ будетъ 10, а долженъ быть 30. По чему погрѣшность будетъ

будетъ недостаточная, то есть, 30 — 10 = — 20. Положимъ еще, что тотъ человѣкъ имѣетъ 480 рублевъ: то отъ половины сихъ его денегъ = 240 отнявъ одну треть = 80 съ четвертью = 60, остатокъ будетъ 100, а долженъ быть 30. По чему погрѣшность будетъ превосходящая, то есть, 100 — 30 = + 70. И такъ, въ силу предписанныхъ, искомое число найдется слѣдующимъ образомъ:

$\frac{48}{2} = 24$	$\frac{480}{2} = 240$
8	80
16	160
6	60
10 — 30 = — 20	100 — 30 = + 70
+ 70	
сумма погр. = 90	

480
48
разн: полож. = 432

90 : 432 = 20 : 96 + 48 = 144 столько денегъ тотъ человѣкъ имѣлъ. Ибо, изъ половины сихъ найденныхъ денегъ отнявъ одну треть, и сверьхъ того четверть, точно останется 30 руб. какъ $\frac{144}{2} = 72 - 24 - 18 = 30$.

Или

48 × 70 = 3360
480 × 20 = 9600

90 : 12960 = 144 столько денегъ тотъ человѣкъ имѣлъ, и проч.

ПРИ-

ПРИМѢРЪ 2.

Нѣкоторая армія состоитъ изъ Гишпанцовъ, Нидерландцовъ и Нѣмцовъ; въ томъ числѣ Нѣмцовъ было 10000 человѣкъ, Нидерланды составляютъ третью часть Нѣмцовъ и Гишпанцовъ вмѣстѣ, а Гишпанцы составляютъ половину Нѣмцовъ и Нидерландцовъ вмѣстѣ; спр. сколько было Нидерландцовъ, и сколько Гишпанцовъ?

Положимъ, что Нидерландцовъ было 4000: то Нѣмцовъ и Гишпанцовъ вмѣстѣ будетъ 12000, и понеже Нѣмцовъ въ томъ числѣ было 10000: то Гишпанцовъ будетъ 2000, которые вдвое взятые должны составлять Нѣмцовъ и Нидерландцовъ вмѣстѣ, то есть, 14000, а составляютъ только 4000. По чему погрѣшность будетъ недостаточная, то есть, 14000 — 4000 = — 10000. Положимъ еще, что Нидерландцовъ было 50000: то Нѣмцовъ и Гишпанцовъ вмѣстѣ будетъ 150000, и понеже Нѣмцовъ въ томъ числѣ находится 10000: то Гишпанцовъ будетъ 140000, которые вдвое взятые должны составлять Нѣмцовъ и Нидерландцовъ вмѣстѣ, то есть, 60000, а составляютъ 280000. По чему погрѣшность будетъ превосходящая, то есть, 280000 — 60000 = + 220000. И такъ, въ силу предписанныхъ, искомое число найдется слѣдующимъ образомъ:

4000
3
12000
10000
2000
2
4000 — 14000 = — 10000
50000
3
150000
10000
140000
2
280000 — 60000 = + 220000
— 10000
сумма погр = 230000
50000
4000
разн. полож. = 46000

230000 : 46000 = 220000 : 44000 — 50000 = 6000 столько было Нидерландцовъ, и слѣдовательно 8000 Гишпанцовъ. Ибо Нѣмцовъ и Гишпанцовъ вмѣстѣ взятыхъ третья часть точно составляетъ Нидерландцовъ, какъ 10000 + 8000 = 18000 : 3 = 6000; также Нѣмцовъ и Нидерландцовъ вмѣстѣ взятыхъ половина точно составляетъ Гишпанцовъ, какъ 10000 + 6000 = 16000 : 2 = 8000.

Или

$4000 \times 220000 = 880000000$
$5000 \times 10000 = 500000000$

$230000 : 1380000000 = 6000$ столько было Нидерландцовъ, и проч.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 393. Сiе правило передъ предъидущимъ имѣетъ то преимущество, что всѣ тѣ задачи, которыя чрезъ одно положенiе рѣшатся, могутъ также рѣшены быть и чрезъ правило двухъ положенiй, а не обратно.

ПРИМѢЧАНIЕ 1.

§. 394. Для большаго облегченiя въ рѣшенiи задачъ, къ правилу фальшивому принадлежащихъ, надлежитъ примѣчать слѣдующее:

1. Положенiя должно брать небольшiя, и естьли можно, 1 или 2, чтобъ короче и не столь збивчиво можно было рѣшить задачу.

2. Полезно брать другое положенiе одною единицею больше, или меньше перваго положенiя, особливо для того, что въ тройномъ правилѣ одно только дѣленiе потребно будетъ.

3. Оба положенiя должно брать такiя, чтобъ поступая съ оными, въ силу содержанiя задачи, можно было миновать дробей; въ противномъ же случаѣ и дроби принимаются.

ПРИМѢЧАНIЕ 2.

§. 395. Хотя, по изобрѣтенiи Алгебры, почти никакой нужды не имѣемъ въ правилѣ фальшивомъ; однако оное по большей части для того только здѣсь сообщено, чтобъ показать, съ какою трудностiю древнiе Математики, которые никакого еще понятiя объ Алгебрѣ не имѣли, находили то, что нынѣ, помощiю оной, въ короткое время и съ меньшимъ трудомъ сыскать можно.

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 396. Хотя въ началѣ сей книжки и ничего не упомянуто мною о томъ, какихъ я Авторовъ порядокъ наблюдалъ въ предписанїи правилъ, въ сей книжкѣ содержащихся; однако уповаю, что не противно и не безпристойно будетъ, когда и при концѣ оной кратко объявлю читателямъ, что я по большей части слѣдовалъ порядку г. Волфїя, котораго съ Нѣмецкаго языка на Россїйской перевелъ здѣшняго Университета Профессоръ, господинъ Барсовъ. Признаюсь, что я его изрядными наставленїями, въ разсужденїи сей науки, много доволенъ. Выбиралъ же я правила, для Теоретической Ариѳметики, какъ изъ помянутаго Волфїя, такъ и изъ другихъ наилучшихъ Латинскихъ и на Россїйской языкъ переведенныхъ Авторовъ; а для практической Ариѳметики предписалъ я тѣже почти правила, съ нѣкоторыми токмо дополненїями и изъясненїями, какїя находятся въ Такветѣ на Латинскомъ языкѣ. Впрочемъ всѣхъ, кои будутъ читать сїю книжку, или пожелаютъ пользоваться оною, прошу, ежели ими гдѣ усмотрѣны будутъ какїя либо неисправности и недостатки, кои и могутъ быть по причинѣ той, что сїя книжка есть первой еще опытъ моего знанїя въ сей наукѣ, исправить и наградить своею благосклонностїю.

КОНЕЦЪ.

ГОСУДАРСТВ. ПУБЛИЧНАЯ ИСТОРИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА

нацѳали рѣ ѳизобна
поиѣ

Затисвиа отпасвтушв
ни удевиа

Баирѣ енихѣ диичѣ — 20 на

— 15 на

стаивзи — — 25 на

сблуиали — — 50 на

сдилн — — 25 на

семиниохи — — 20 на

соси — — 01 на

силлиони — — 70 на

слабтуши —

едлитбриввиу — — 15 на

сматухи — — 40 на

сбяиухи — — 01 на

свваишвиа — — 70 на

слабриши — — 20 на

сватизии — —

стпахтуиихѣ а единадо

3000 300075

300065

Сія книга Московскаго Императорскаго университета ученика Василья Петвіева

Записка для памяти
с апреля [illegible] месяца
17 фунтовъ 3/1

денег дано истрачена 3 был
2 и 71 копейка 3/1
самошна, взяль за два па-
бора 60 копеек

на [illegible]

$\frac{3}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} : \frac{3}{5}$

24

$\frac{3}{4}$ 18

$\frac{2}{3}$ 16

$\frac{5}{6}$ 20

2 | 270 | 135

24 / 3 — 4 | 72 | 18

32 / 32

24 / 2 — 3 | 48 | 16

5.4 / 24 | 54 / 48 | $2\frac{1}{4}$ 10 / 6 | 10

$\frac{6}{24}$ | $\frac{1}{4}$

24 / 5 — 6 | 120 / 12 | 20

120	20	16	1
99	37	30	2
20	22	11	2
120	20	10	1

$2\frac{1}{4} : \frac{3}{5}$

$\frac{9}{4} \times \frac{3}{5}$

12 — 45 / 12 | 45 / 36 | $3\frac{3}{4}$

$\frac{9}{12}$ | $\frac{3}{4}$

50
50
50
50
50
50
50
50

оранигре Сложение

254 — 29 — 15 — 1
187 19 — 30 — 2
78 — 38 — 29 — 1
551 — 8 — 11 — 1 сумма
266 — 18 28 — 0
284 — 29 — 15 — 1
551 — 8 — 11 — 1 поверка

48

Оик № 46730

120 — 20 — 16 — 1
99 — 17 — 30 — 2
20 — 22 — 17 — 2
120 — 20 — 16 — 1

32 15 47 30 17

22

500 105

30000

КОБ 1951 г.